

Ein Versuch, den Text des platonischen Dialogs „TIMAIOS“ im Rahmen und Spiegel „natürlicher“ Zahlenbeziehungen zu betrachten

Sgr. „Ich weiß nicht, habt Ihr Euch wirklich später als sonst zu unseren gewöhnlichen Gesprächen eingefunden, oder täuscht mich nur meine Sehnsucht, die Ideen Signore Salviatis über einen so interessanten Gegenstand zu hören. Ich habe eine gute Stunde am Fenster gestanden und hoffte jeden Augenblick die Gondel landen zu sehen, die ich geschickt hatte Euch abzuholen.“

Mit dieser Bemerkung des Venezianers Sagredo leitet Galilei das Gespräch des vierten Tages über die Ursache der Gezeiten im „Dialogo“ⁱ ein. Gleich zu Anfang wird der Leser durch das Motiv der Verspätung in Verbindung mit einer fahrenden Gondel unbemerkt auf die Hauptpunkte der späteren Argumentationen geführt. Diese sind 1. die Überlagerung von Geschwindigkeiten, und 2. das anschauliche Modell einer mit Wasser gefüllten, sich hin und her bewegenden Gondel, die so eine beschleunigte und verzögerte Bewegung ausführt. Eine Gondel benötigt für eine bestimmte Entfernung bei Flut eine kürzere Zeit als bei Ebbe, wenn zur Strömung des Wassers eine gleich-, bzw. entgegengerichtete Geschwindigkeit der Gondel hinzu gerechnet wird. Die Erscheinungen von Ebbe und Flut erklärt Galilei durch die Worte des Meisters Salviati anhand des oben genannten Modells für das Verhalten des Wassers in den Meerbecken.

In den ersten Sätzen des platonischen Dialoges „Timaios“ lassen sich ebenso die späteren Hauptpunkte des Gespräches erkennen, wenn nach Beendigung der Lektüre des Werkes wieder der Anfang betrachtet wird. Der Hinweis auf Galilei sollte auch dazu dienen, den berühmten Satz aus dem „Goldwäger“ (Il Saggiatore)ⁱⁱ voranzustellen und ihn im Hinblick auf den Umgang mit Platontexten umzuformulieren.

Das Buch des platonischen Ideenkosmos ist in der Sprache der Mathematik geschrieben, und ihre Buchstaben sind Dreiecke, Kreise und andere geometrische Figuren.

Es gilt also, unter dieser Voraussetzung den Texten mit ihren Worten, Sätzen und Abschnitten adäquate Bilder zuzuordnen, welche die vielfältigen Beziehungen der Gedanken widerspiegeln und für das Verständnis eine nützliche Hilfe bieten.

Der Text der ersten sieben Sätze nach der Timaios-Ausgabe: Platonis opera. Tomus IV Tetralogiam VIII continens. Ed. Ioannes Burnet. Oxford 1902. (17 a1 - c3)

ⁱ Galilei, G. Dialog über die beiden hauptsächlichsten Weltsysteme, das Ptolemäische und das Kopernikanische. Aus dem ital. übers. und erl. v. E. Strauß. Leipzig 1891. Nachdruck Darmstadt 1982. Seite 435.

ⁱⁱ Galilei, G. Il Saggiatore. In: Le Opere di Galileo Galilei. Edizione Nazionale. Vol. 6. Firenze 1896. S. 232.

(In für das Folgende übersichtlicherer Gliederung).

I	ΣΩ.	Εις, δυο, τρεις ° ο δε δη τεταρτος ημιν, ω φιλε Τιμαιε, που των χθες μεν διαιτυμονων, τα νυν δε εστιατορων ;	1.	1, 1, 1° 5, 3, 5, 4;
II	ΤΙ.	Ασθενεια τις αυτω συνεπεσεν, ω Σωκρατες ° ου γαρ αν εκων τησδε απελειπετο της συνουσιας .	1.	4, 2° 8.
III	ΣΩ.	Ουκουν στον τωνδε τε εργων και το υπερ του αποντος αναπληρουν μερος ;	1.	5 7;
IV	ΤΙ.	Πανυ μεν ουν, και κατα δυναμιν γε ουδεν ελλειψομεν ° ουδε γαρ αν ειη δικαιον, χθες υπο σου ξενισθεστας οις ην πρεπον ξενοις , μη ου προθυμως σε τους λοιπους ημων ανταφεστιαν .	1.	3, 6° 5, 8, 8.
V	ΣΩ.	Αρ ουν μεμνησθε οσα υμιν και περι ων επεταξα ειπειν ;	1.	10;
VI	ΤΙ.	Τα μεν μεμνημεθα , οσα δε μη , συ παρων υπομνησεις ° μαλλον δε , ει μη τι σοι χαλεπον, εξ αρχης δια βραχεων παλιν επανελθε αυτα , ινα βεβαιωθη μαλλον παρ ημιν.	1.	3, 3, 3° 2, 5, 7, 5.
VII	ΣΩ.	Ταυτ εσται . χθες που των υπ εμου ρηθεντων λογων περι πολιτειας ην το κεφαλαιον οια τε και εξ οιων ανδρων αριστη κατεφαινετ αν μοι γενεσθαι .	1.	2. 7 5 11.

Die in den folgenden Tabellen angegebenen Zahlen berücksichtigen das gesamte Textmaterial. Außer in Tabelle 1 und den entsprechenden Bezügen zu den im Text vorhandenen Zahlen werden die sechs Angaben der jeweiligen Redenden i.A. zahlenmäßig nicht aufgeführt. Zur Verdeutlichung der textorientierten Aufteilungen der Anzahl von Wörtern in Satzteilen und Sätzen sind die Interpunktionszeichen soweit wie möglich angegeben.

Aus technischen Gründen konnten die im Original zu findenden Zeichen wie Akzente, Zirkumflex u.s.w. nicht ausgedruckt werden.

Übersetzung aus „Platon, Spätdialoge“, II. Band, Hrsg. Olof Gigon, Artemis-Verlag, Zürich-Stuttgart, 1969,

- I SO. Einer, zwei, drei - wo bleibt denn aber unser vierter Mann, lieber Timaios, von denen, die gestern unsere Gäste waren und nun heute unsere Gastgeber sind?
- II TI. Er muß plötzlich krank geworden sein, Sokrates; denn von selbst würde er gewiß nicht auf unsere Unterhaltung hier verzichten.
- III SO. Dann ist es nun wohl die Aufgabe von dir und von euch allen, auch den Platz des Abwesenden auszufüllen?
- IV TI. Ja, gewiß, und soweit wir das vermögen, wollen wir es an nichts fehlen lassen. Nachdem wir gestern von dir mit allem bewirtet worden sind, was zur Gastfreundschaft gehört, wäre es ja auch nicht billig, wenn wir anderen nicht bereitwillig Gegenrecht halten wollten.
- V SO. Ihr erinnert euch doch noch an all die Fragen, die ich euch zur Erörterung vorgelegt habe?
- VI TI. An einiges erinnern wir uns noch; wenn wir aber etwas vergessen haben, so bist du ja da, um es uns wieder ins Gedächtnis zu rufen. Doch falls es dir nicht zuwider ist, so beginne lieber noch einmal von Anfang an und wiederhole es uns in aller Kürze, damit es besser in uns haftet.
- VII SO. Ja, das soll geschehen. Die Hauptsache von dem, was ich euch gestern gesagt habe, betraf doch die Frage, wie nach meiner Meinung der beste Staat zu schaffen und aus was für Männern er bestehen müsse.

Da als einzige Grundlage der altgriechische Text zu gelten hat, ist der hier abgedruckten Übersetzung kein Vorrang vor anderen einzuräumen.

Tabellen zu: LINIENGLEICHNIS , TETRAKTYS , FRAGE-/ANTWORT-PAARE UND FIGURENZAHLEN

TABELLE 1 : 120 Wörter des Textes

Liniengleichnis

Teil A								
I	Σ. 1, 1, 1 °	5, 3, 5, 4;	Σ. 3 °	17;	21	80	Sichtbares	2
II	T. 4, 2 °	8.	T. 6 °	8.	15			
III	Σ.	12;	Σ.	12;	13			
IV	T. 3, 6 °	5, 8, 8.	T. 9 °	21.	31			
Teil B								
V	Σ.	10;	Σ.	10;	11	40	Denkbares	1
VI	T. 3, 3, 3 °	2, 5, 7, 5.	T. 9 °	19.	29			
Anzahl der Interpunktionszeichen, bzw. Satzteile:					Teil A	20		
					:	:		
					Teil B	10		
					:	:		
					:	:		

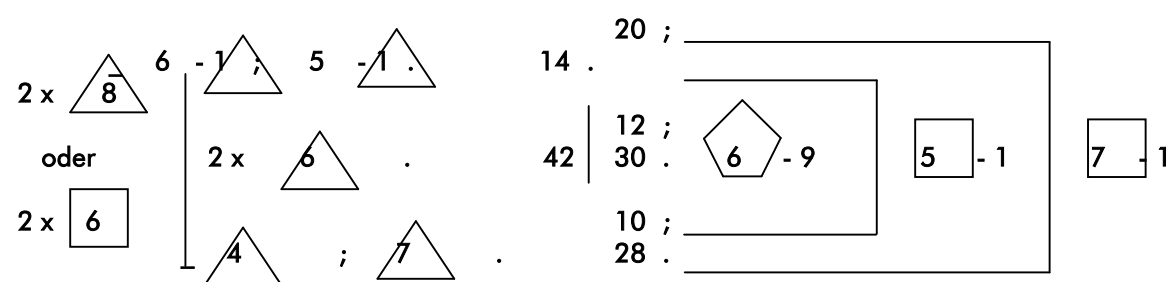
TABELLE 2 : 114 gesprochene Wörter in 10 (elementaren) Sätzen Tetraktys

Teil A											
I	3 °	17 ;									
II	6 °	8 .	I, II	3 °	17 ;	6 °	8 .	Σ °	Σ ;	T °	T .
III	12 ;										
IV	9 °	21 .	III, IV	12 ;	9 °	21 .	Σ ;				
Teil B			V, VIa	10 ;	9 °	Σ ;					
V, VIa	10 ;	9 °									
VIb	19 .	VIb	19 .	T .							

TABELLE 3a : Fragen und Antworten (F und A) Fragen Antworten

			Σ.				T.		
FA I	Σ. I	34	3 °	17 ;	3 °	17 ;	6 °	8 .	
	T. II		6 °	8 .					
FA II	Σ III.		72	12 ;	12 ;	42			
	T. IV			42	9 °	21 .	9 °	21 .	72
FA III	Σ. V	38	10 ;	10 ;					
	T. VI		9 °	19 .	9 °	19 .			
			3 °		39	24 °			
			24 °		48				
(FA I + FA III) : FA II = 72 : 42 = Σ. I, III, V : T. II, IV, VI									

TABELLE 3b : Figurenzahlen (Formeln Seite 7, unten)



„Einer, zwei, drei“ - mit diesen Worten eröffnet Sokrates den Dialog. Er zählt die Anwesenden - Timaios, Hermokrates, Kritias - und fragt nach dem Vierten, der noch am Gespräch der Fünf vom Vortage teilgenommen hatte.

Die folgenden Ausführungen sollen der Frage nachgehen, ob der Verfasser des Textes schon in den ersten Sätzen - als relativ abgeschlossenem ersten Abschnitt - eine Komposition vorstellt, die auch anhand von Zahlenbeziehungen einen Aufbau widerspiegelt, der in engster Beziehung zum weiteren Verlauf des Dialogs bis hin zum Ende steht.

In wieweit sich die folgende Methode zur Untersuchung von Struktur und Inhalt auf größere Abschnitte oder schließlich auf den gesamten Dialog anwenden und als Verständnis- und Interpretationshilfe auswerten läßt, kann nur in einer sehr umfangreichen Arbeit dargestellt werden. Jedoch soll eine kurze Bemerkung über den letzten Satz, den zusammenfassenden Schluß, angeführt werden mit einem Blick auf den Teil des Textes, der die regulären Polyeder behandelt, die den vier Elementen Feuer, Erde, Wasser und Luft zugeordnet werden.

Da Platon in seinem Dialog über die Entstehung der Weltordnung Überlieferungen der Pythagoreer literarisch verarbeitet, sei zu Anfang auf eine vielzitierte Stelle aus der Metaphysik des Aristoteles (A5, 985b - 986a) hingewiesen:

ετι δε των αρμονιων εν αριθμοις ορωντες τα παθη και τους λογους ° επει δη τα μεν αλλα τοις αριθμοις εφαινετο την φυσιν αφωμοιωσθαι πασαν , οι δ αριθμοι πασης της φυσ εως πρωτοι , τα των αριθμων στοιχεια των οντων στοιχεια παντων υπελαβον ειναι , και τον ολον ουρανον αρμονιαν ειναι και αριθμον .

Eine des öfteren anzutreffende Übersetzung lautet (zum Beispiel B.L. van der Waerden, S. 365)ⁱ:

„Da sie erkannten, daß die Eigenschaften und Verhältnisse der musikalischen Harmonie auf Zahlen beruhen und da auch alle anderen Dinge ihrer ganzen Natur nach den Zahlen zu gleichen schienen, so meinten sie, die Elemente der Zahlen seien die Elemente aller Dinge und der ganze Himmel sei Harmonie und Zahl.“

Ersetzt man die kausale Deutung ‚Da sie erkannten, daß die ... auf Zahlen beruhen ...‘ der Partizipialkonstruktion ... εν αριθμοις ορωντες τα ... , durch den eigenständigen Aussagesatz ‚In den Zahlen sahen (erblickten) sie aber ferner die Eigenschaften und Verhältnisse der musikalischen Harmonien‘, wird der oben zitierten Stelle eine entscheidend andere Sinnrichtung gegeben. In diesem Sinne soll das Aristoteles-Zitat als Vorbild für die anschließenden Überlegungen und Spekulationen im Umgang mit Zahlen dienen. Also: In den Zahlen werden die Eigenschaften und Verhältnisse von Zusammenhängen gesehen, bzw. in Form von Zahlen (und Figuren) werden die Dinge betrachtet.

In den ersten beiden Satzpaaren I, II und III, IV wird die sichtbare Abwesenheit einer Person einerseits festgestellt und begründet, andererseits auf die Stellvertretung dieser hingewiesen und drei Anwesenden zugeschrieben. Das anschließende Satzpaar V, VI leitet die darauffolgende (VII, ...) kurze Wiederholung der Hauptpunkte des Gespräches vom Vortage ein, um die eventuell denkbaren Lücken des Gedankenganges auszufüllen. Gleich zu Anfang erscheint also eine formale und inhaltliche Korrespondenz zum Liniengleichnis der „Politeia“ Platons (509d). Wie dort die Länge einer Strecke, so sind hier die Anzahl der Sätze und der sie enthaltenden Wörter in zwei ungleiche Teile zerlegt, die den Bereich des Sichtbaren (I bis IV = 80 Wörter) und Denkbaren (V, VI = 40 Wörter) darstellen. Das einfachste ungleiche Verhältnis erhält man aber aus drei Ein-

ⁱ B.L. van der Waerden. Die Pythagoreer. Religiöse Bruderschaft und Schule der Wissenschaft. Zürich-München 1979

heiten mit der Aufteilung 2 : 1. Es zeigt sich für die Abschnitte A und B folgendes Schema gemäß Tabelle 1:

Teil A = 2 Satzpaare = 4 Sätze = 20 Satzteile = 80 Wörter = 2 = Sichtbares
Teil B = 1 Satzpaar = 2 Sätze = 10 Satzteile = 40 Wörter = 1 = Denkbare

Bemerkung: Diese Folge von Proportionen ist dann vollständig und „perfekt“, wenn noch zwei passende elementare (durch Punkt, Hochpunkt und Semikolon getrennte) Sätze in Satz III und V eingefügt werden (siehe Tabelle 1, bzw. Tabelle 2).

Es folgt dann:

$$\text{Teil A} : \text{Teil B} = 8 \text{ elementare Sätze} : 4 \text{ elementaren Sätzen}$$

Dieses Schema enthält bereits die Grundlage des späteren Vortrages des Pythagoreers Timaios, das Werk des Demiurgen - die Erschaffung der sichtbaren Weltordnung - als Abbild des Denkbaren darzulegen.

Als nächstes soll einiges zum Kerngedanken der Interpretation dieses Anfangsabschnittes gesagt werden, nämlich zum Fehlen von etwas (einer sichtbaren Person, einer denkbaren Sache) in Verbindung mit Zahlenverhältnissen und dies in den Zusammenhang der Herstellung einer vollständigen Ordnung eines Ganzen gebracht werden. Dazu betrachte man die Aufteilung der Sätze II und III durch die Interpunktionszeichen „ . “, „ ; “ und „ ° “ aus Tabelle 2.

II	6	°	8 .
III			12 ;
IV	9	°	
VI	9	°	

Hier ist bemerkenswert, daß dem Spiel mit Zahlen ein mögliches Wortspiel des griechischen Textes zugeordnet werden kann.

Bedenkt man die grundlegende Bedeutung der Tetraktysⁱ für die pythagoreische Musiktheorie und auch für Platons Philosophie - besonders im „Timaios“ -, liegt eine Eintragung der Zahl 9 im ersten Teil von Satz III nahe. Die neun Wörter aus Satz IV besagen aber nun gerade, daß „wir [die drei von Sokrates zu Anfang gezählten Personen] gewiß nach Kräften nichts auslassen werden“. Mit der Übersetzung von κατα δυνάμιν (nach Kräften) als „zum Quadrat“ⁱⁱ, könnte ein Wortspiel folgendermaßen lauten:

Wir, die anwesenden Drei, werden zum Quadrat das Fehlende $3^2 = 9$ in der Tetraktys vertreten und ausfüllen.

Wie in Teil A (Sichtbares), so erscheint noch einmal in Teil B (Denkbare) die 9. In Satz VI wird ebenfalls von Timaios als Sprecher für die Drei mit neun Worten über das Ausfüllen von Fehlendem geredet. Auf die Frage des Sokrates in Satz V, ob sie sich daran erinnern, wieviel und worüber er ihnen zu reden aufgab (am Vortag für heute), erwidert Timaios mit $9 = 3, 3, 3^\circ$ Wörtern: „An einiges erinnern wir uns noch; wenn wir aber etwas vergessen haben, so bist du ja da, um es uns wieder ins Gedächtnis zu rufen.“

ⁱ van der Waerden, Stichwortverzeichnis a.a.O.

ⁱⁱ Im engeren Sinne wird durch diesen Ausdruck das Quadrat mit irrationaler Seitenlänge bezeichnet, z.B.

$(\sqrt{3})^2 = 3$ (Tim. 54 b 4, 5).

In das Schema der Tetraktys mit der Form 1, 2, 3, 4 passen auch die zehn Wörter der Frage des Sokrates aus Satz V, wenn man noch eine weitere Einteilung in Haupt- und Nebensatz und dessen Teile berücksichtigt.

$$V \quad \Sigma\Omega . \quad 3 \quad 2 \quad 4 \quad 1 ;$$

Fragt man nun danach, ob nicht auch schon gleich zu Anfang des Dialogs die Tetraktys in Verbindung mit dem Fehlen von etwas erscheint, dann ließe sich folgende Antwort geben. Mit den ersten zwei Sätzen

$$I, II \quad \Sigma\Omega . \quad 3^\circ \quad 17; \quad \text{TI.} \quad 6^\circ \quad 8.$$

weist eine Aufteilung der Zahlen in

$$11, \quad 9; \quad 6^\circ \quad 8.$$

auf die Stellung des Fragepronomens $\pi\omicron\upsilon$ hin und betont somit dessen Wichtigkeit: WO ist der Vierte? Wird nun nach 'Eins, zwei, drei ...' noch bis 'vier' weitergezählt, um Fehlendes auszufüllen, ergeben sich wieder die Zahlen der Tetraktys.

$$12 \quad 9 \quad 6 \quad 8$$

Verfolgt man den Gedanken von „Mitten“ im Text, zeigt sich mit der Aufteilung des allerersten Satzes die symmetrische Zahlenfolge:

$$I \quad 4^\circ \quad 5, \quad 3, \quad 5, \quad 4 ; \\ \dots, \omega \phi\iota\lambda\epsilon \text{ Τιμαιε}, \dots$$

Der Pythagoreer Timaios, die zentrale Figur des gesamten Dialogs, steht als Freund bereits zu Beginn im Mittelpunkt.

Zu den drei Satzpaaren (Frage; Antwort.) I; II. III; IV. V; VI. sei mit dem Hinweis auf eine Analogie (s.S.10) erwähnt, daß sie mit den Figurenzahlen des Drei-, Vier- und Fünfecks in Verbindung stehen (siehe Tabelle 3b).

$$\begin{array}{ll} I \quad 20. = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 & III \quad \left| \quad V \quad 10 = 1 + 2 + 3 + 4 \right. \\ II \quad 14. = 2 + 3 + 4 + 5 & IV \quad 42 \quad VI \quad 28 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 \end{array}$$

Zu der Bezeichnung der Figurenzahlen aus Tabelle 4 :

$$\triangle n = \frac{n(n+1)}{2} \quad \square n = n^2 \quad \diamond n = \frac{n(3n-1)}{2}$$

Da in der antiken Arithmetik die Figurenzahlen, bzw. figurierten Zahlen von grundlegender Bedeutung waren, können sie als Ganzheiten oder Einheitenⁱⁱ interpretiert wer-

ⁱ van der Waerden, Stichwortverzeichnis a.a.O.

Mit entsprechenden Formeln in Hauntley, H.E. The Divine Proportion - A Study in Mathematical Beauty. Dover Publications. New York 1970.

ⁱⁱ Hamborg, O., Teil - Ganzes in Platons Parmenides 137 c 4 - d 3, Figurenzahlen als Strukturmodell für Form

den. Später wird noch einiges über die Fünfeckszahl zu erwähnen sein, die bei der Disposition des Textes eine zentrale Rolle gespielt haben könnte - vorausgesetzt, Platon hat die Disposition anhand von Zahlenbeziehungen gestaltet.

Nach diesen Beobachtungen zu den Sätzen untereinander und im einzelnen sei noch einmal der ganze Abschnitt unter dem Aspekt der Überleitung zum nächsten Abschnitt (VII, ...) betrachtet.

Eine Kombination aus Liniengleichnis und Tetraktys in der Gestalt von

$\begin{array}{cccc} \nabla & \nabla & \nabla & \nabla \\ & \nabla & \nabla & \nabla \\ & & \nabla & \nabla \\ & & & \nabla \end{array}$	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 0 10px;">—</td> <td style="padding: 0 10px;">Rede</td> <td style="padding: 0 10px;">Text</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">76</td> <td style="text-align: center;">80</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">:</td> <td style="text-align: center;">=</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">38</td> <td style="text-align: center;">40</td> </tr> </table>	—	Rede	Text		76	80		:	=		38	40
—	Rede	Text											
	76	80											
	:	=											
	38	40											

zeigt Tabelle 2. Diesem Schema liegt die Einteilung in (elementare) Sätze zugrunde, die durch die Interpunktionszeichen „ . “, „ ; “ und „ ° “ gegeben ist. Die Verteilung von Satz VI a und VI b auf die dritte und vierte Zeile des Dreiecksschemas korrespondiert mit einem gedanklichen Bruch des Sprechers Timaios. Nach der Frage des Sokrates, ob sie sich an ihre Aufgabe erinnern, erwiderte Timaios: „An einiges erinnern wir uns noch; wenn wir aber etwas vergessen haben, so bist du ja da, um es uns wieder ins Gedächtnis zu rufen.“ Doch gleich darauf - in Satz VI b - ändert Timaios seinen Gedanken mit den Worten: „Doch falls es dir nicht zuwider ist, so beginne lieber noch einmal von Anfang an und wiederhole es in aller Kürze, damit es besser in uns haftet.“ Die ersten zwei Wörter $\mu\alpha\lambda\lambda\omicron\nu\ \delta\epsilon$ aus VI b leiten also die Gedankenänderung ein, die Hauptpunkte des Vortages noch einmal von Anfang an durchzugehen.

Der Satz VII: $\Sigma\Omega. \tau\alpha\upsilon\tau\ \epsilon\sigma\tau\alpha\iota. =$ „ Das soll geschehen.“

kann als Schlußstein des ersten und auch als Anfangsglied des zweiten Abschnittes angesehen werden. Im ersten Fall taucht somit noch einmal der Anfang „Eins, zwei, drei“ auf in Form der Gesamtanzahl der bis dahin gezählten einhundertdreißig Wörter des Textes:

123

Diese Zahl folgt auch aus den 114 gesprochenen Wörtern, wenn die erwähnten fehlenden 9 in der Tetraktys (Tabelle 2) mitgerechnet werden

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß der Einwand, man habe in der antiken Arithmetik das Dezimalsystem noch nicht benutzt, bzw. gekannt, deshalb nicht stichhaltig ist, weil die antike Schreibweise von natürlichen Zahlen die dem Dezimalsystem entsprechende Ausdrucksweise ‚Hunderter plus Zehner plus Einer‘ zuläßt.

In VII spricht nun Sokrates den Hauptpunkt ($\kappa\epsilon\phi\alpha\lambda\alpha\iota\omicron\nu$) seiner Rede vom Vortage an, nämlich wie nach seiner Meinung der beste Staat beschaffen sein müsse. Im Spiegel und Rahmen von Zahlen fehlt also nun noch 1-ne Hauptsache von ‚gestern‘, der Kopf ($\kappa\epsilon\phi\alpha\lambda\alpha\iota\omicron\nu$), um auf dieser Grundlage das ‚heutige Zusammensein‘ des Sokrates mit den drei Gastgebern, die ihrerseits von ihm am Vortag bewirtet und beschenkt

wurden, zu gestalten. Den Hauptteil übernimmt der Pythagoreer Timaios mit seiner Rede über die Entstehung des Weltganzen, dessen Seele aus den folgenden Zahlen zusammengesetzt wird.ⁱ

1 2 3 4 8 9 27

Diese Zahlen - außer der ersten und letzten - erscheinen im dem folgenden Schema der Fragen des Sokrates einerseits und Antworten des Timaios andererseits (s. Tabelle 3a).

Σ.	3 °	17 ;	T.	6 °	8 .
		12 ;		9 °	21 .
		10 ;		9 °	19 .
	3 °	39 ;		24 °	48 .

Betrachtet man die vier Summen als zwei Zahlenfolgen, so erscheint nun das Liniengleichnis in der Aufteilung mit den Verhältnissen 1 : 3 und 1 : 2, wobei jetzt die weitere Aufteilung einer Strecke berücksichtigt ist, d.h., zwei Teile werden noch einmal im selben Verhältnis geteilt.

Σ. Δ 3 3 9 T. 2 4 4 8

Es fehlt hier also der 1-ne Kopf, die Hauptsache: Δ το κεφαλιον

Aus diesen Zahlen läßt sich nach Rudolf Haase die Tonfolge

e d c H A G F E

ableiten.

„Das aber ist die dorische Tonleiter, die Zentraltonleiter des griechischen Tonsystems, die zudem die älteste diatonische Skala ist und der man in der Ethoslehre, also in bezug auf ihre moralische Wirkung, den höchsten Rang einräumte. Die Seele der Welt ist somit für Platon identisch mit der wichtigsten Grundlage der Musik.“ⁱⁱ

Dem Schema des Neuplatonikers Theon von Smyrna (2. Jh. n. Chr.) folgend, stellt sich das Gesagte über das Fehlen der Hauptsache als Grundlage für die Weiterführung in folgender Form dar:

α'	Δ το κεφαλιον	vom Vortage
β' γ'	2 3	
δ' θ'	4 9	
η' κζ'	8 27	Ausgangspunkt für Heute
	Timaios	Sokrates

In seiner ‚Erklärung von mathematischen Dingen, die zum Verständnis Platons nützlich sind‘ⁱⁱⁱ, S.156, schreibt Theon „Aus diesen Zahlen setzt Platon im ‚Timaios‘^{iv} auch die

ⁱ Tim. 35 b - 36 b

ⁱⁱ Haase. R. Harmonikale Synthese, Beiträge zur harmonikalen Grundlagenforschung. Heft 12. S. 25 ff.. Wien 1980

ⁱⁱⁱ J. Dupuis, Théon de Smyrne, Philosophe Platonicien, Exposition des Connaissances Mathématiques utiles pour la Lecture de Platon, Brüssel 1966

^{iv} Timaios 35b - 36b

Weltseele zusammen. Die letzte der sieben Zahlen ist gleich allen vor ihr; denn 1 und 2 und drei und vier und acht und 9 werden zu 27.“

Die eben interpretierten Zahlen der Anteile der Worte des Timaios und Sokrates

$$\text{TI. } 24^\circ 48. = 72 \quad \text{SO. } 3^\circ 39; = 42$$

traten schon im Zusammenhang mit Figurenzahlen bezüglich der drei Frage- und Antwortpaare auf (s. S. 7, bzw. Tabelle 3a, b). Sie zeigen die Analogie

$$\text{TI.} : \text{SO.} = 72 : 42 = (\text{I. II. V. VI.}) : (\text{III. IV.})$$

Abschließend sollen nun die angesprochenen Strukturelemente - Liniengleichnis, Tetraktys, Mitte und Figurenzahlen - auf den letzten Satz des Dialogs und Sprechers Timaios (92c) angewendet werden. Die Interpunktionszeichen führen zum Zahlenschema

$$14^\circ 12, 5, 5, 13. = 49$$

Die Zahl 7, der die Bedeutung einer abgeschlossenen Periode zukommt (7 Wochentage, 7-stufige Tonleiter), erscheint in

$$2 \times 7^\circ \quad 5 \times 7. = 7 \times 7$$

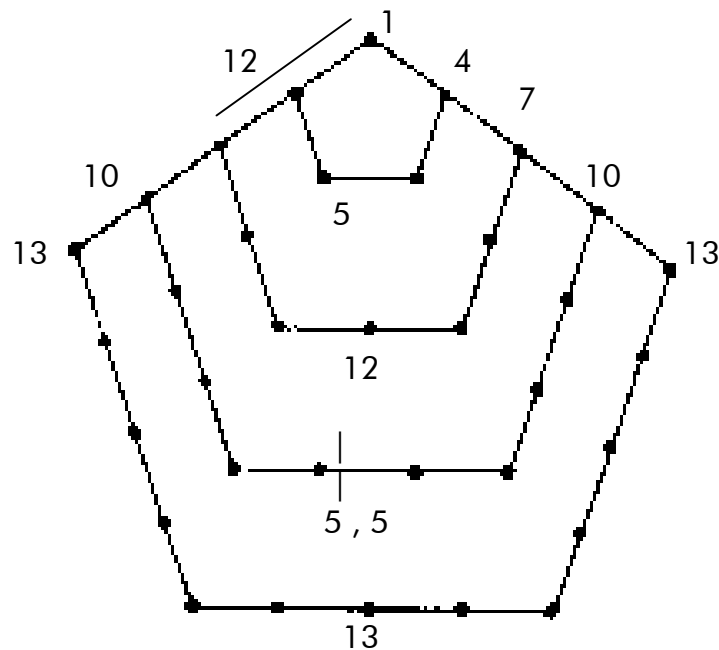
Die letzten $5 \times 7 = 35$ Wörtern - diese Zahl ergibt sich auch aus der Summe der zu Anfang erschienenen Tetraktyszahlen $12 + 9 + 8 + 6$ - heben in ihrer symmetrischen Teilung den zentralen Begriff „Abbild“ (εικων) hervor.

$$\begin{aligned} 35 &= 12, 5, 5, 13. \\ &= 17 \quad 1 \quad 17 \\ &\quad \text{εικων} \end{aligned}$$

Die letzten 35 Worte des Timaios (92 c 5 - c 9) :

θνητα γαρ και αθανατα ζωα λαβων		και
συμπληρωθεις οδε ο κοσμος ουτω ,	12 ,	
ζων ορατον τα ορατα περιεχον ,	5 ,	
<u>εικων</u> του νοητου θεος αισθητος ,	5 ,	
μεγιστος και αριστος καλλιστος τε και τελεωτατος		
γεγονεν εις ουρανος οδε μονογενης ων .	13 .	

Faßt man die inhaltlich enger zusammenhängenden beiden mittleren Satzteile $5, 5, = 10$ zusammen, so stellt sich als Krönung der vergangenen Zahlenbetrachtungen eine Figurenzahl dar, die dem Zeichen des Pythagoreischen Geheimbundes, dem Pentagramm eigen ist.



In dieser Figur drücken sich zwei Bild-/Abbild-Beziehungen aus; einerseits durch die Linien zu den Satzteilen 13, 10 und andererseits durch die Fünfecke (12, bzw. 35 als Summe des Ganzen), die den Aspekt des ‚Selbstenthaltenseins‘ symbolisieren.

5 , 5 : Sie, die Welt (κοσμος), ist zu einem sichtbaren Wesen dieser Art geworden, welches alles Sichtbare erfaßt, zu Abbild des Schöpfers und sinnlich wahrnehmbaren Gott ... (92c 6 - 8).

Neben der aus der Sekundärliteraturⁱ bekannten Vermutung, daß Platon bei der Disposition seiner Spätdialoge - wie ‚Timaios‘ - wohlüberlegte Zahlenbeziehungen benutzte, sei hier eine andere angesprochen. Da, vielleicht abgesehen vom Punkt, die Stellungen der übrigen Interpunktionszeichen nicht immer einsichtig und manchmal willkürlich erscheinen, könnte man meinen, daß dadurch weitere Informationen ausgedrückt werden sollen, die über das grammatikalisch und inhaltlich Naheliegende hinausgehen. Haben vielleicht die Verfasser der mittelalterlichen Abschriften antiker Texte ihrerseits an Zahlenbedeutungen im Sinne der platonischen und pythagoreischen Tradition gedacht und darüber hinaus noch eigenes Gedankengut verschlüsselt eingearbeitet?

Die Folge der Figurenzahlen des Fünfecks

1 5 12 22 35

wird durch $1 + 4 + 7 + 10 + 13 + 16 = 51$ weitergeführt. Diese Reihe von Summanden, die dem sukzessiven Aufbau der Zahlenfigur entspricht, soll hier nur hinweisen auf die in einem weiteren Aufsatzⁱⁱ zu untersuchende Behauptung: Der Text über die Konstruktion der vier regulären Körper, die den Elementen Feuer, Erde, Wasser und Luft zugeordnet sind, ist nach Form und Inhalt so gestaltet, daß der nur erwähnte fünfte Körper, der Dodekaeder, durch Analogieschlüsse „entdeckt“ werden kann. Die Vermutung ist insofern naheliegend, als das in einer literarischen Verarbeitung eines mathe-

ⁱ z.B.: Platon. Der Staat. Einleitung von Karl Vretska. S. 42 ff. Reclam. Stuttgart 1982

ⁱⁱ Hamborg, O. Der Dodekaeder im Kontext von Timaios 53 a 7 - 55 d 6, Platons „Übungsaufgabe“?. (In Vorbereitung).

matischen Inhalts auch sein historischer Hintergrund berücksichtigt sein könnte, nämlich - in diesem Fall - die Geheimhaltung der Konstruktion des Pentagramms, bzw. des regulären Fünfecksⁱ. Der Schlüssel für die erwähnte Behauptung liegt in dem Schema, daß der Text über die Zusammensetzung der regulären Polyeder anbietet (54 d 6 - 55 b 3) und hier nur vorgestellt sei.

Aus den 144 Wörtern (Tim. 54 d 5 - 55 b 3), vgl. nächste Seite, über die Konstruktion des gleichseitigen Dreiecks und der damit erzeugten drei Polyeder führen die wichtigsten 111 zu der Zusammensetzung von:

gleichseitiges Dreieck	16	13	10	7	5
Tetraeder		13		7	
Oktaeder		13		7	
Ikosaeder		13		7	
Dodekaeder		?		?	εμπτως

Geht man von der berechtigten Annahme aus, daß sich Platons Methode, nach ‚besten und schönsten Zahlenverhältnissen‘ vorzugehen, auf die Teilung eines rechten Winkelsⁱⁱ bezieht, liegen folgende ‚beste und schönste‘ Proportionen nahe:

$$1 : 1 = 45 : 45 \quad 1 : 2 = 30 : 60 \quad 2 : 3 = 36 : 54.$$

So wird also nach den zwei rechtwinkligen Dreiecken, deren spitze Winkel 45, 45 und 60, 30 Grad betragen, das folgende ‚schönste‘ und rechtwinklige Dreieck mit den Winkeln 54, 36 Grad versehen sein. Mit zehn von diesen dritten rechtwinkligen Dreiecken kann nach der selben Methode wie die anderen Polygone, das reguläre Drei- und Viereck, das gesuchte Fünfeck zusammengesetzt werden. Dazu werden den 51 Wörtern über die Zusammensetzung des regulären Dreieckes in völliger Analogie noch 51 Wörter für das Fünfeck hinzugefügt. Die Zusammensetzung des fünften Körpers, des Dodekaeders, folgt durch eine weitere Analogie mit einem nächsten Satz von 21 Wörtern, die nach den $36 = 35 + 1$ für den Tetraeder, $31 = 30 + 1$ für den Oktaeder und $26 = 25 + 1$ für den Ikosaeder, folgen. Damit erhält man für diesen Textteil insgesamt $144 + 72 = 216$ Wörter. Was die Zahl 216 betrifft, so sei nur auf ihre Bedeutung hingewiesen, die in der angekündigten, detaillierten Abhandlung über Platons Konstruktion der regulären Polyeder in vielfältigen Beziehungen auftaucht. Sie ist, soviel sei schon gesagt, auch ein Teiler der platonischen Zahl.

$$216 \times 6 \times 100 \times 100 = 12960000$$

Und nun wieder zurück zum Anfang, zum ersten Satzpaar. Jetzt soll gezeigt werden:

ⁱ Taylor. A. E. 1928. A Commentary to Plato's Timaeus. S. 377. Oxford. University Press

ⁱⁱ Diese Annahme soll in der angekündigten Arbeit diskutiert und als entscheidende Grundlage für Platons Methode erkannt werden. Damit wird eine Kritik an den Interpretationen von Cornford und Artmann, Schäfer (s. Literaturnachtrag) verbunden sein, die, wie es scheint, unnötigen, nicht einsichtigen Problemstellungen nachgehen.

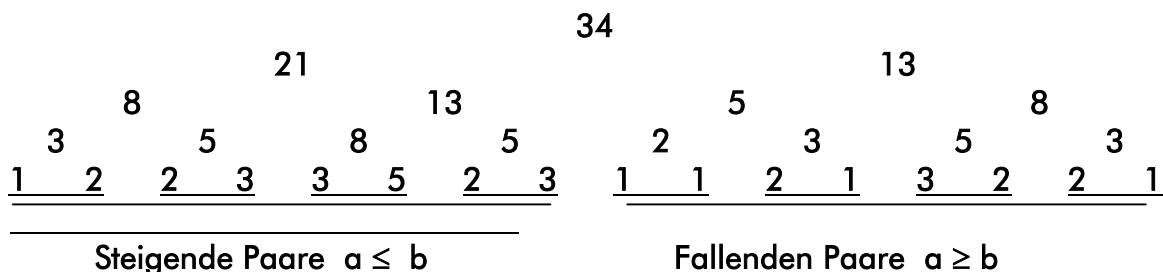
Wie nach intensiver Betrachtung des ersten Abschnitts des „Timaios“ wie von selbst aus den ersten zwei Sätzen die platonische Zahl in Zusammenhang mit dem Goldenen Schnitt erscheint.

ΣΩ. Εις ,	1 ,
δυο , τρεις °	2 °
ο δε	2
δη τεταρτος ημιν ,	3 ,
ω φιλε Τιμαε ,	3 ,
που των χθες μεν δαιτυμονων ,	5 ,
τα νυν δε εστιατορων ;	4 ;
ΠΙ. <u>Ασθενια</u> τις αυτω συμπεσεν ,	4 ,
ω Σωκρατες °	2 °
ου γαρ αν εκων τησδε απελειπετο της συνουσιας .	8 .
	34 <input type="checkbox"/>

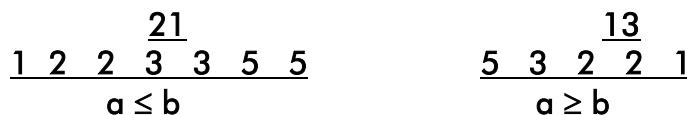
Die bekannte Zahlenfolge, mit Hilfe derer der Goldene Schnitt beliebig genau errechnet werden kann, lautet:

1 2 3 5 8 13 21 34 ...

Wird die 34 im Verhältnis des Goldenen Schnittes bezüglich der Relation a kleiner als b symmetrisch zerlegt, zeigt sich das Schema



Folgt man weiter, wie nicht nur die alten Griechen, dem Hang nach Symmetrie, ist die nächste Zahlenfolge durchaus naheliegend.



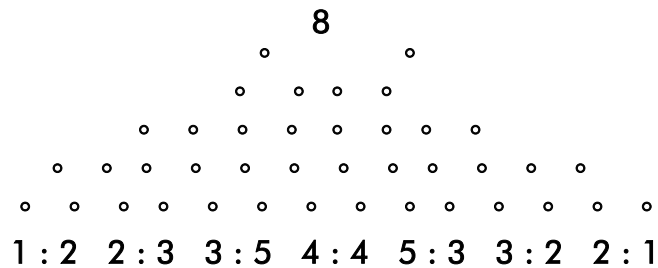
Nun werden die zehn durch die Interpunktionszeichen getrennten Satzteile aus Satz I und II den Zahlen nach mit dieser Folge verglichen

<u>SO. 20</u>	<u>ΠΙ. 14</u>
1 , 1 , 1 ° 5 , 3 , 5 , 4 ;	4 , 2 ° 8 .

Hieraus wird durch Analogie die Aufteilungⁱ in

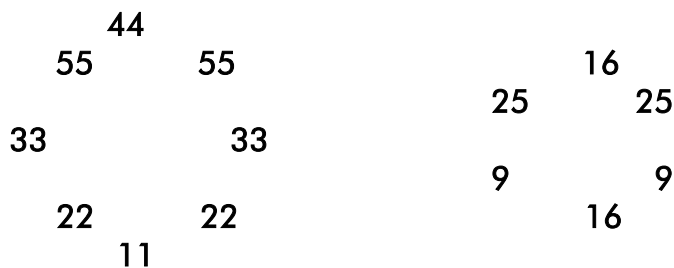
$$1, 2^\circ 2 \ 3, \ 3, \ 5, \ 4; \quad 4, \ 2^\circ \Delta \ 3 \ 2 \ 2 \ 1.$$

gebildet und als vollkommeneres Urbild (Sokrates 20) und kraftloses, schwaches oder krankes (ασθενεια) Abbild (Timaios 14) interpretiert. Der Grundgedanke des Timaios, den ungeordneten, sichtbaren Bereich als Abbild einer geordneten, denkbaren Struktur zu gestalten, führt zur symmetrischen Zahlenfolge, die eine periodische Bewegung anzeigt und die ersten vier, bzw. fünf Proportionen des Goldenen Schnittes angibt:



Fügt man zur Verdeutlichung der periodischen Bewegung Anfang und Ende dieser Folge zu 1 1 zusammen, so wird erkennbar, daß nur die 5 nicht als Paar auftritt. Wird dieser Mangel im Hinblick auf eine paarweise, kreisförmige Anordnung behoben folgt man der Zustimmung des Sokrates, den Gedankengang des Vortages von Anfang an zu wiederholen, um noch eventuelle Lücken zu schließen. Als Ergebnis aus der Zahlenfolge der ersten zwei Sätze ist nun die vollkommene Zahlenreihe hergestellt:

$$1 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \ 5 \ 5 \ 4 \ 4 \ 5 \ 5 \ 3 \ 3 \ 2 \ 2 \ 1$$



Diese Bilder und die dazugehörige obere Zahlenfolge ergeben schließlich eine spezielle und Ihre besondere Bedeutung anschaulich hervorhebende Faktorzerlegung der platonischen Zahlⁱⁱ.

$$(3 \times 4 \times 5)^4 = 12960000.$$

ⁱ Der Satzteil $\circ 2 \ 3, = \circ \delta \epsilon \ \delta \eta \ \tau \epsilon \tau \alpha \rho \tau \circ \varsigma \ \eta \mu \iota \nu$ gibt Veranlassung zu einer grundsätzlichen Bemerkung über das Zählen von Wörtern. Die große Anzahl von Partikeln in der altgriechischen Sprache bietet eine ideale Voraussetzung zur Herstellung von beabsichtigten Zahlenverhältnissen geschriebener Wörter.

ⁱⁱ Zur maßgeblichen Stelle aus der „Politeia“: Hamborg, O. Rep. 546 b 2 - c 6, Eine anschaulich textorientierte Herleitung der Platonischen Zahl. (In Vorbereitung).

P.S. Die vielleicht willkürlich erscheinende, sozusagen „unwissenschaftliche“ Vorgehensweise, zahlenmäßige Zusammenhänge in Verbindung mit geometrischen Figuren und anderen sichtbaren Gestalten zu benutzen, um eine bessere Vorstellung aus den Worten des Textes zu gewinnen, folgte nicht zuletzt einer Anregung von Sokrates in der „Politeia“. Danach mögen dann die unbeweglichen Voraussetzungen verlassen werden, um sich von eben den Dingen ein lebendiges Bild zu machen, die es anzuschauen gilt

...

... ειδεσιν αυτοις δι αυτων εις αυτα , και τελευτα εις ειδη. (Rep. 511c 2)

... mit den Bildern selbst durch sie zu ihnen und schließlich zu den (Ur-) Bildern.

Literaturnachtrag

ARTMANN, B., SCHÄFER, L. 1993. *On Plato's „Fairest Triangles“*. (Timaeus 54a). In: *Historia Mathematica* 20 (1993). S. 255 - 264.

CORNFORD, F. M. 1937. *Platos's cosmology*. London: Routledge