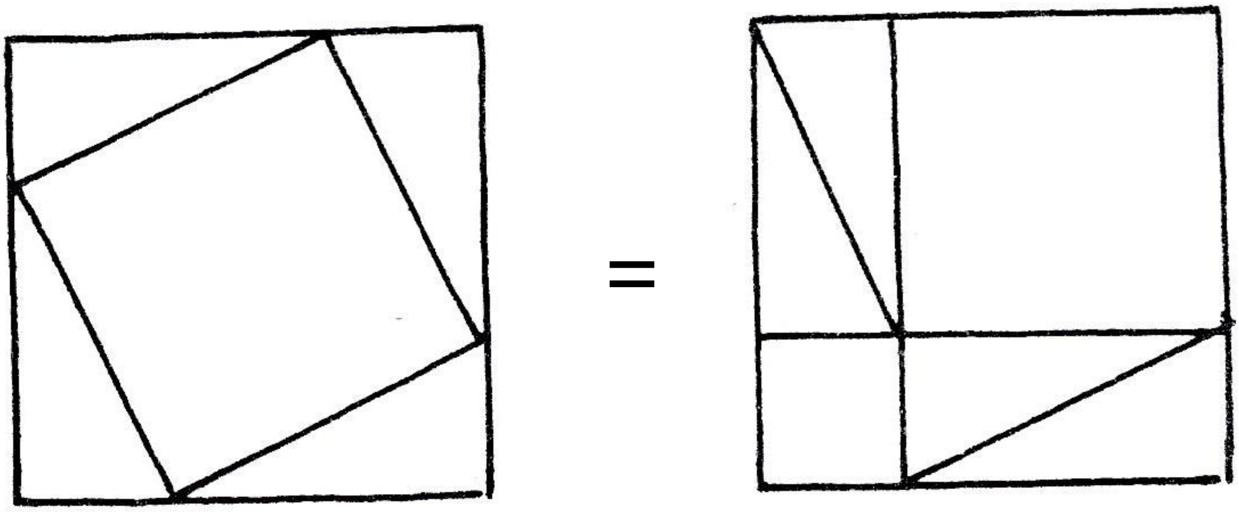
Gabriele und Otto Hamborg



Look

Ein Bilderbuch

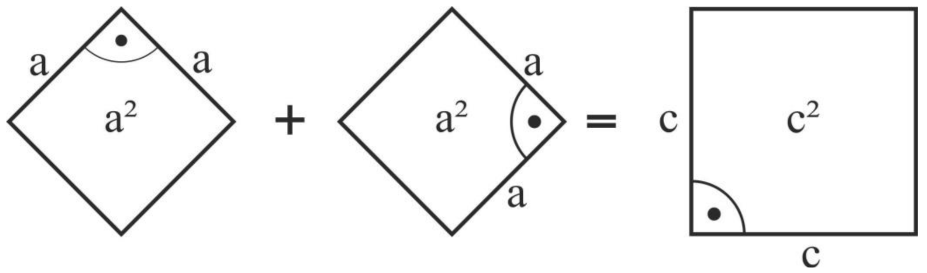
Das Folgende richtet sich nicht an diejenigen, die nicht nicht nur ergriffen, sondern auch getrieben sind von den Gedanken(gängen) bzw. Sach(verhalt)en, die sich schon beim Anschauen einiger bedruckter Seiten aufdrängen.

Berlin, im Februar 2017

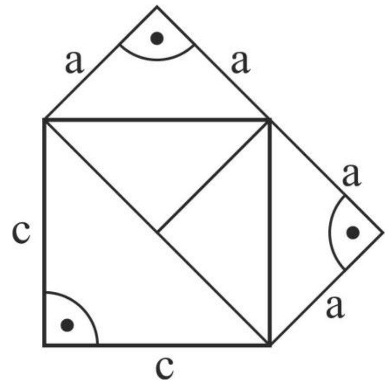
Pythagoras

… geht mit seiner Hypotenuse
und den beiden Katheten nach Kroton.

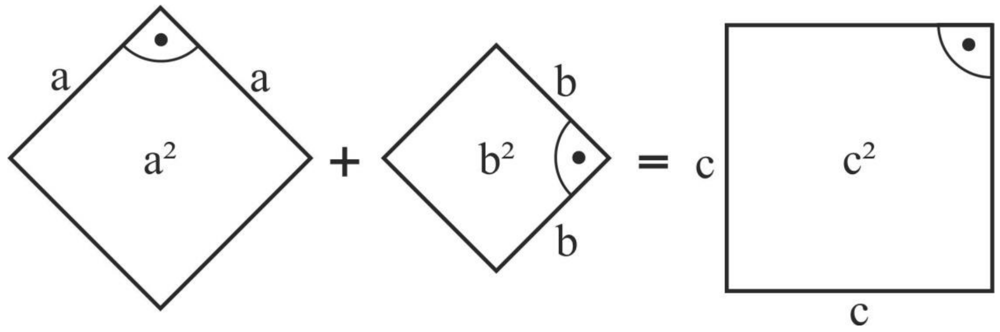
Verdoppelung eines Quadrats



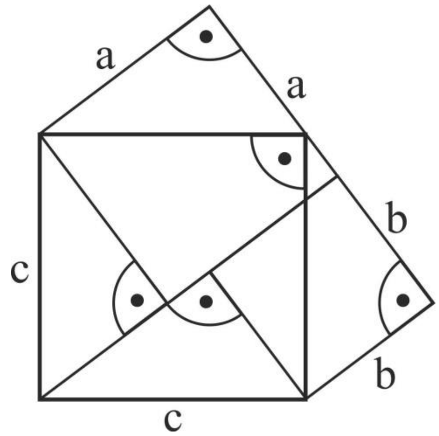
mit Hilfe des Bildes



Quadrat als Summe zweier Quadrate

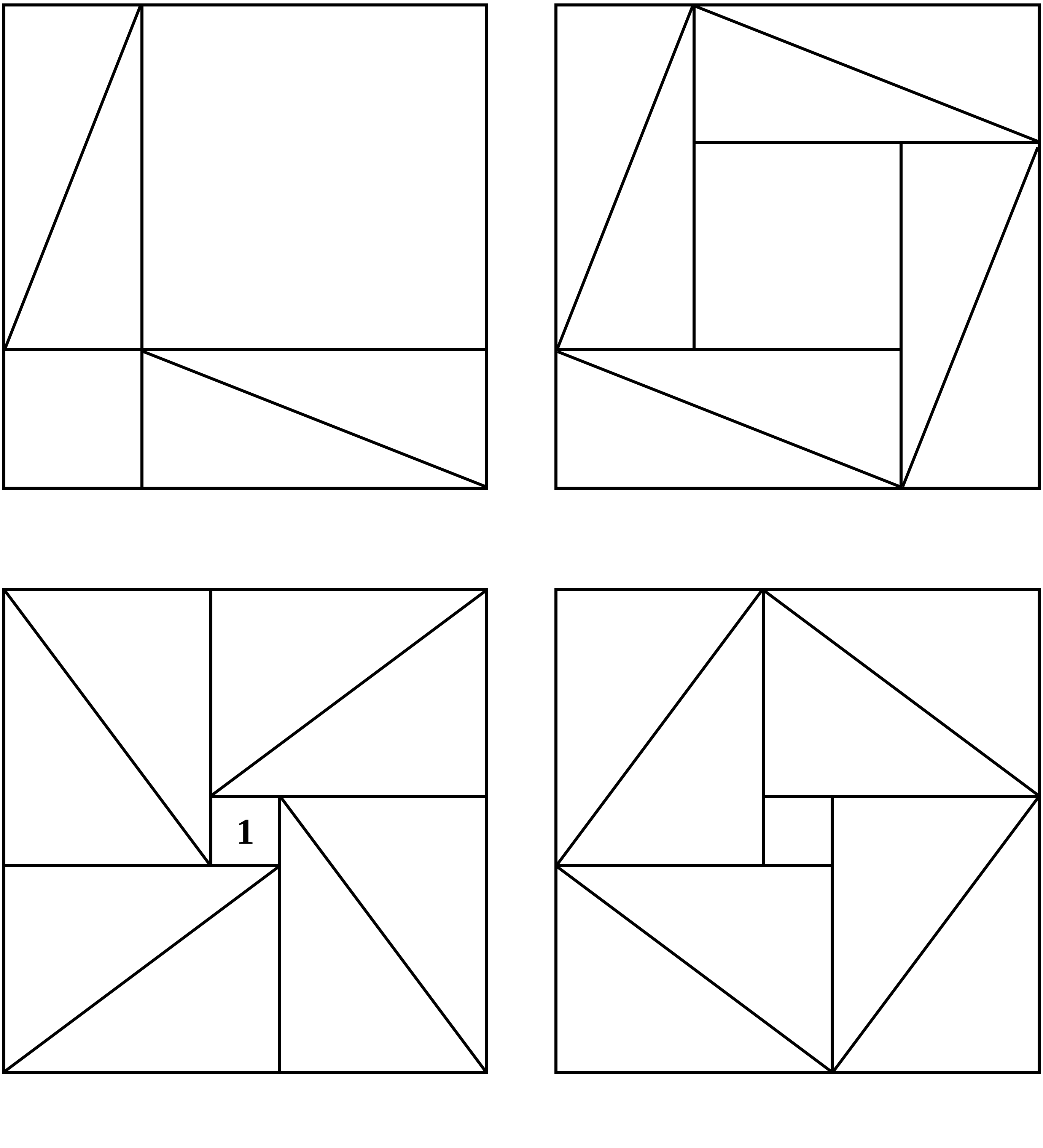


mit Hilfe eines entsprechenden Bildes



Bemerkung: Das erste Fünfeck ist indirekt bei Platon zu finden und das zweite direkt bei Leibniz zu sehen.

Was will Pythagoras hiermit sagen?



**Bei Euklid ist mit
Vielem zu rechnen!**

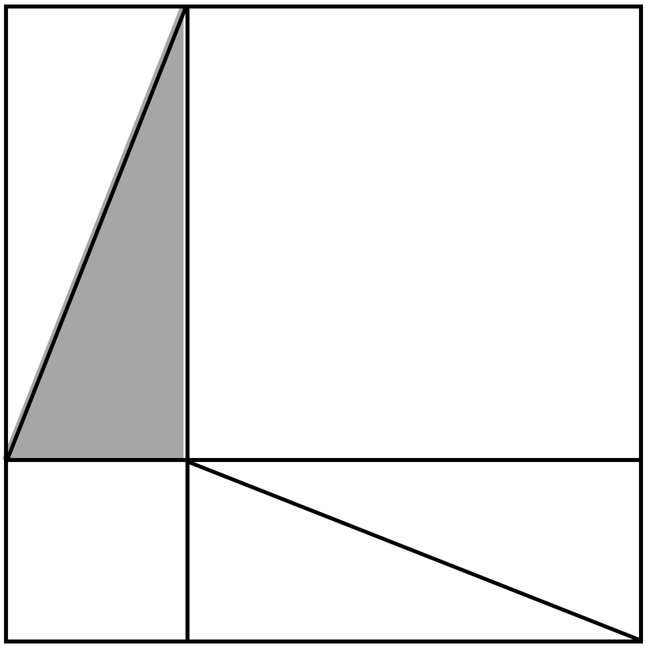
Zum Satz des Herrn Pythagoras

Geometrie – algebraische Bildbeschreibung

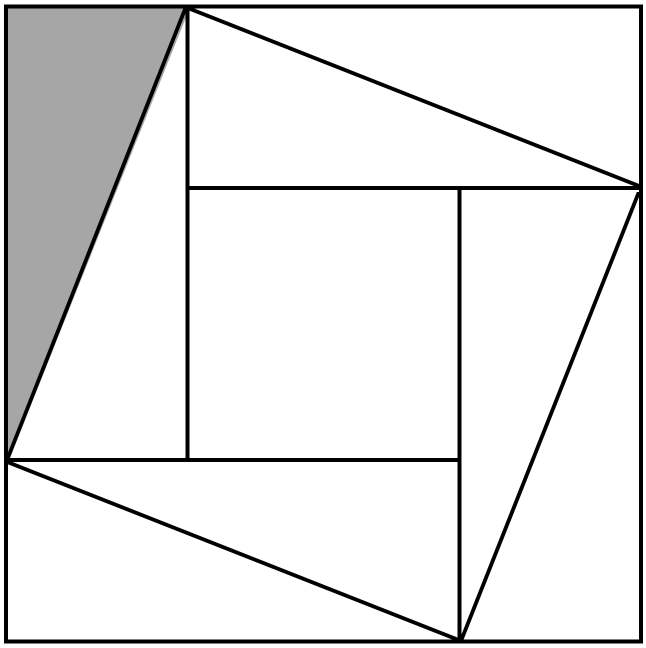
Arithmetik – anschauliche Zahlendarstellung

Geometrie (Flächengleichheit)

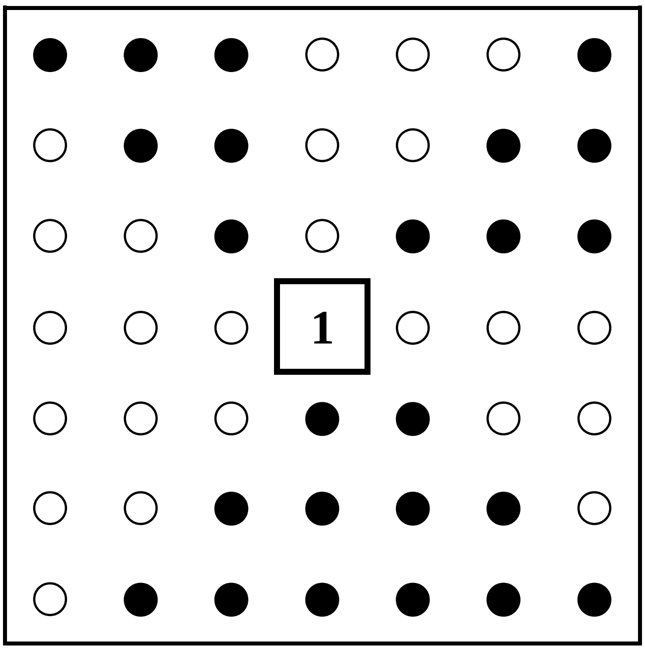
a · a + b · b = c · c

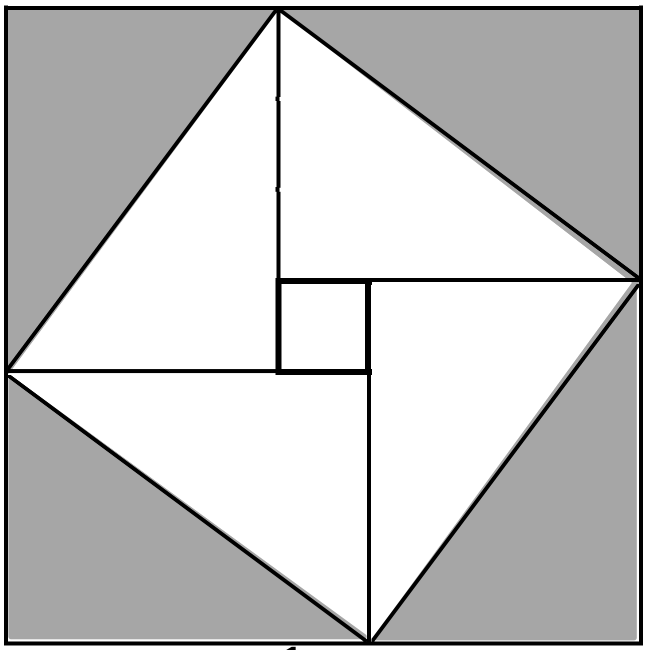


=



Arithmetik (Zahlengleichheit)





$$(2\cdot 3+1)^2 = 8(1+2+3)+1$$

$$(a+b)^2 - 4\cdot\frac{1}{2}ab = c^2$$

$$(2\cdot 3+1)^2 = 8\left(\sum_{i=1}^{3} i\right)+1 = 8\,\frac{3(3+1)}{2}+1$$

$$(a-b)^2 + 2ab = c^2$$

Auf
einen Blick

unendlich viele verschiedene
pythagoreische <u>Zahlen-Tripel</u> ersichtlich
in einem <u>Dreieckschema</u> mit
vierfachen <u>Dreieckszahlen</u> als
elementare Bausteine
dargestellt

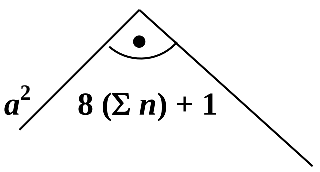
$\underline{a\ ,\ c}$ ungerade ; $\underline{b}$ gerade ; $\underline{k > l} \geq 0$

$$a^2 \quad + \quad b^2 \quad = \quad c^2$$

$$\boxed{a_k^2 \cdot a_l^2} + \left[\frac{1}{2}\left(a_k^2 - a_l^2\right)\right]^2 = \left[\frac{1}{2}\left(a_k^2 + a_l^2\right)\right]^2$$

$$\left[\left(8\sum_{1}^{k} i\right)+1\right]\left[\left(8\sum_{0}^{l} i\right)+1\right] + \left[4\left(\sum_{1}^{k} i - \sum_{0}^{l} i\right)\right]^2 = \left[4\left(\sum_{1}^{k} i + \sum_{0}^{l} i\right)+1\right]^2$$

$\underline{a_k \cdot a_l = a}$	$\underline{(b, c)}$
3 · 1	**(4, 5)**
5 · 1 5 · 3	**(12, 13) (8, 17)**
7 · 1 7 · 3 7 · 5	**(24, 25) (20, 29) (12, 37)**
9 · 1 9 · 3 9 · 5 9 · 7	**(40, 41) (36, 45) (28, 53) (16, 65)**
⋮	⋮

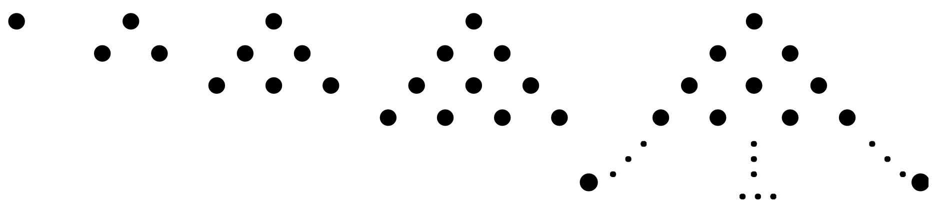


$a_k\ ,\ a_l \in \mathbb{N}$ ungerade, $a = a_k a_l$, $b = \frac{1}{2}\left(a_k^2 - a_l^2\right)$, $c = \frac{1}{2}\left(a_k^2 + a_l^2\right)$

$$\begin{aligned}(2n+1)^2 &= 8(1+2+\ldots+n)+1\\ &= 8\left(\sum_{i=1}^{n} i\right)+1 = 8\frac{n(n+1)}{2}+1\end{aligned}$$

Bemerkung:
Als sichtbare Bausteine dienen die Dreieckszahlen

$$1=\sum_{i=1}^{1} i\ ,\ 3=\sum_{i=1}^{2} i\ ,\ 6=\sum_{i=1}^{3} i\ ,\ 10=\sum_{i=1}^{4} i\ ,\ \ldots,\ \frac{n(n+1)}{2}=\sum_{i=1}^{n} i$$

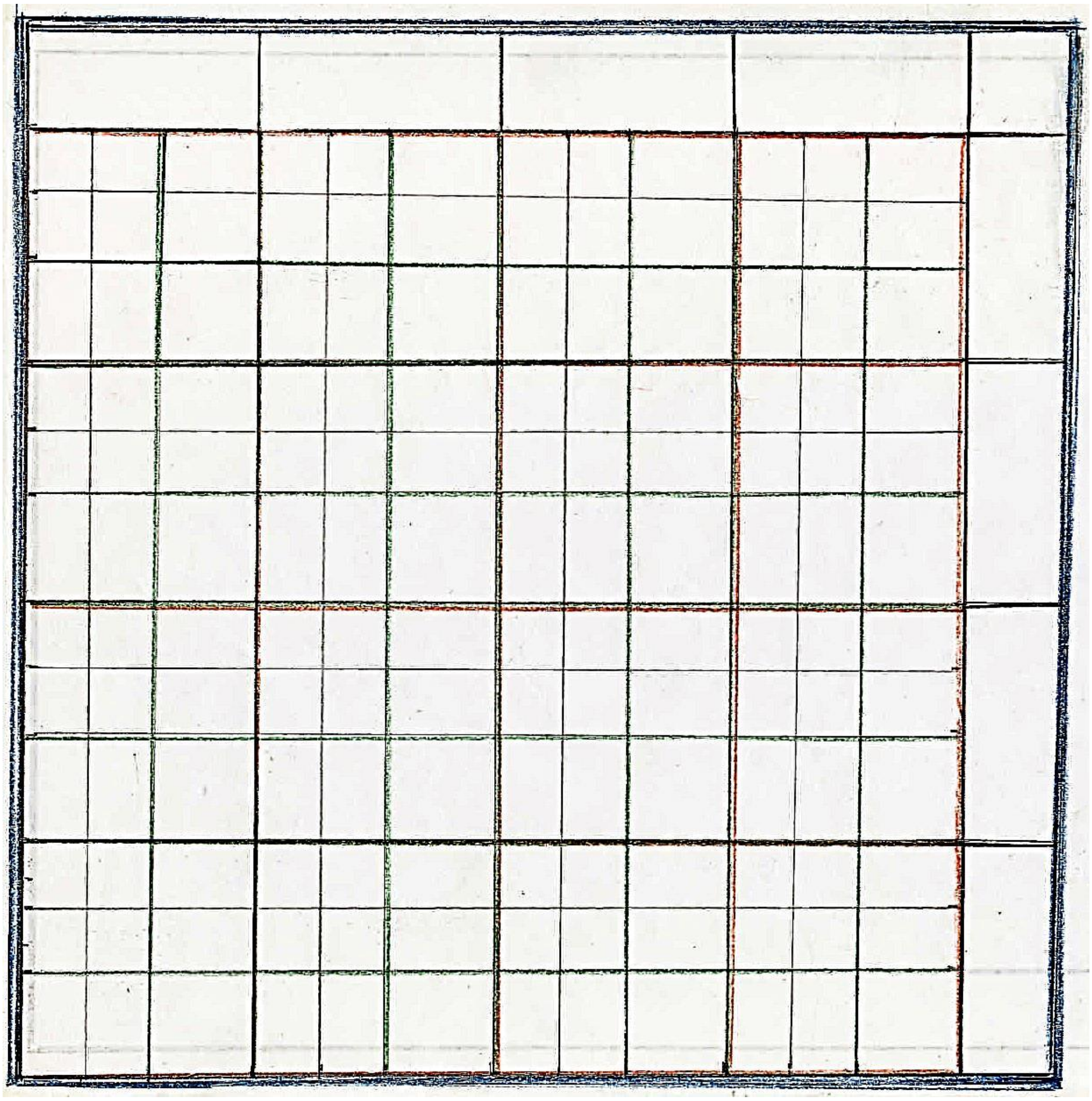


Ein abstraktes

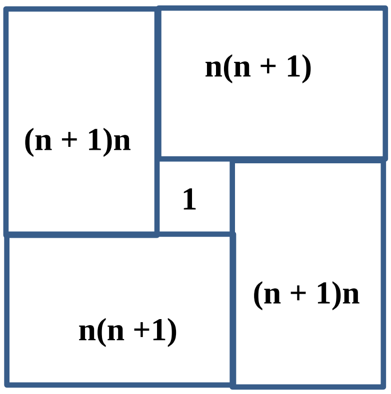
Meditations- und Rechenschema

zu den

"Pythagoreischen Zahlentripeln"

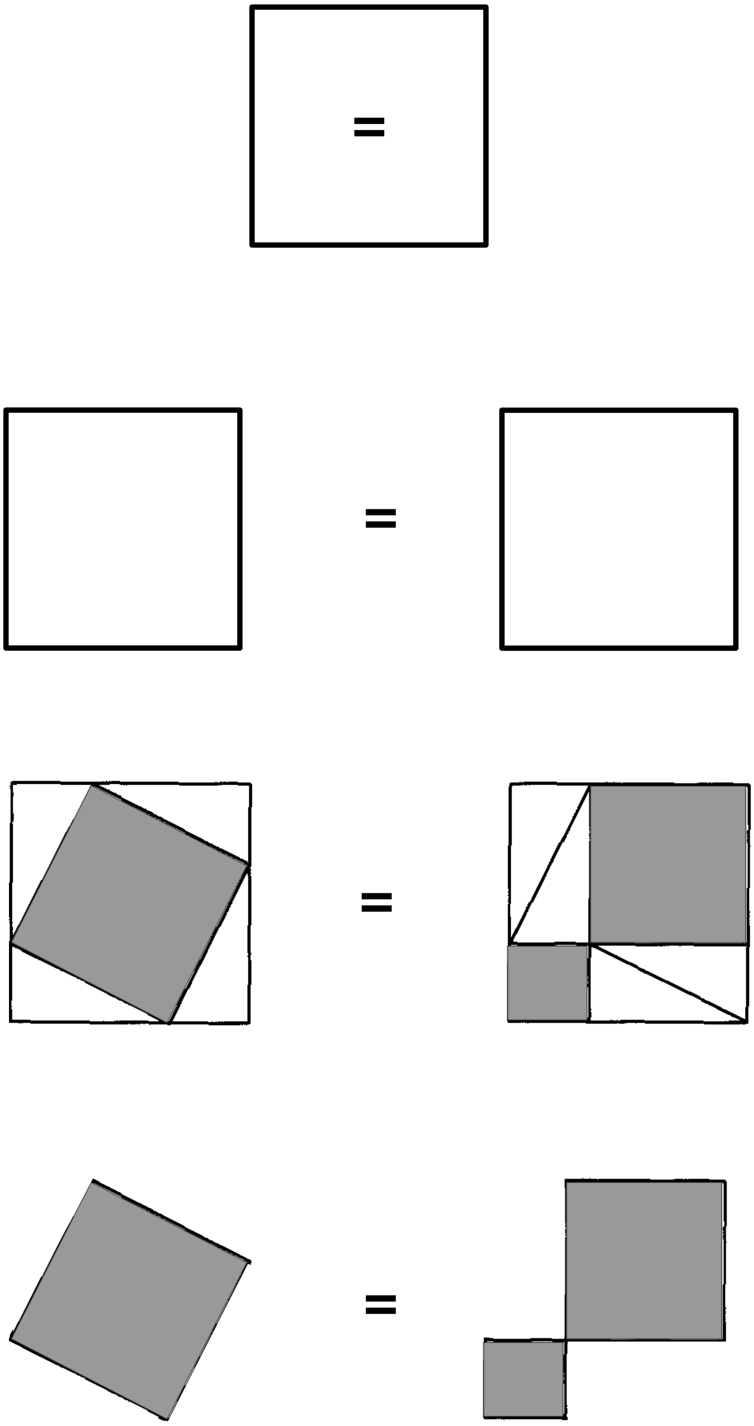


$$(2n+1)^2 - 1 = 8\sum_{i=1}^{n} i$$



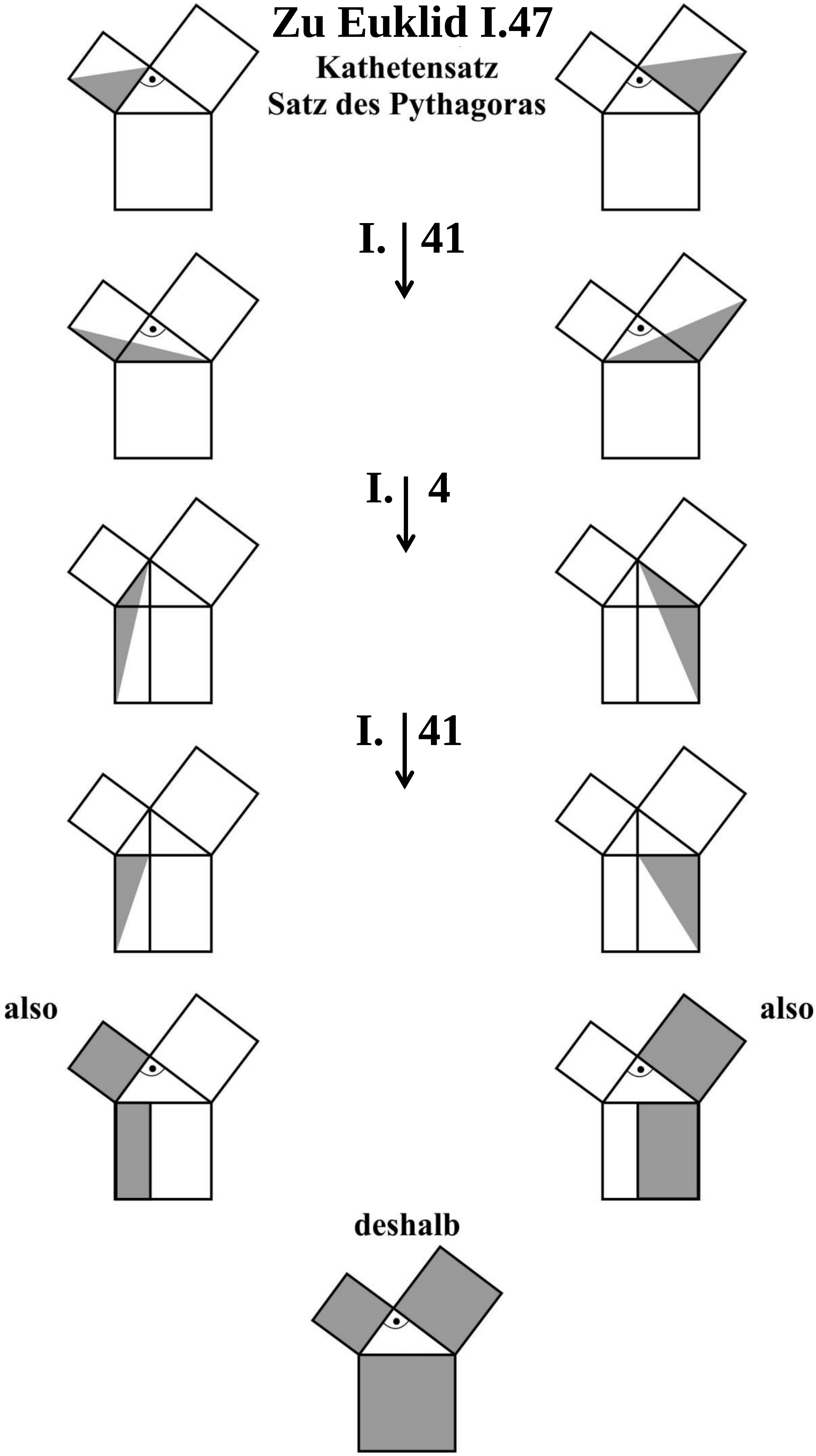
$$4n(n+1)+1=(2n+1)^2$$

Zur Erkenntnis, Einsicht und Überzeugung des "Pythagoras"



Zu Euklid I.47

Kathetensatz
Satz des Pythagoras



Zum Begriff der Gleichheit und Identität

Leibniz über sich:

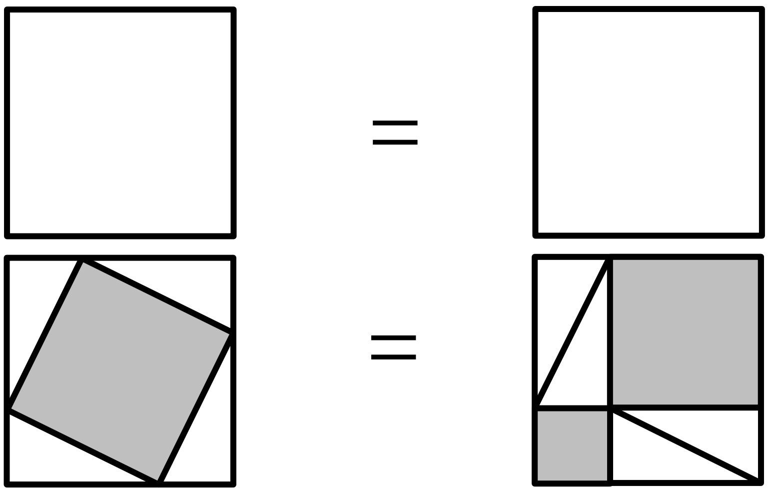
Et puer adhuc logicam versans animadverterat ultimam veritatum a ratione pendentium analysin abire in haec duo: definitiones, et veritates identicas, solas necessariarum vere primitivas …

Als Knabe und noch bei der Beschäftigung mit der Logik hatte er wahrgenommen, dass die letzte Analyse der von einer Begründung abhängigen Wahrheiten auf folgende zwei Dinge hinausläuft: Definitionen und identische Wahrheiten; …

("*Historia et origo calculi differentialis*" LMG V, Kap. 31, S. 395.)
(http://www.hamborg-berlin.de/a_persona/interessen/Historia.pdf, S. 5)

Ein Beweis ?!

gleichseitiges, rechtwinkliges Viereck $\underset{\text{Def.}}{\Leftrightarrow}$ Quadrat



Euklid I
Axiome

KOINAI ENNOIAI

1. Die dem Selben Gleichen sind auch einander gleich.
   (*Wie auch bei 3. und 7. ungenau bis falsch*:
   Was demselben gleich ist, ist auch einander gleich.)

α΄. Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

3. Und wenn von Gleichen Gleiche weggenommen werden, sind die Reste gleich.
   (Wenn von Gleichem Gleiches weggenommen *wird*, sind die Reste gleich.)

γ΄. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

7. Und die aufeinander passen, sind einander gleich.
   (Was einander deckt, ist einander gleich.)

ζ΄. Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ’ ἄλληλα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ein Bilderbuch[1] der **Euklidischen Geometrie,**
ergänzt mit Schriftzeichen, die als Texte in den Sprachen
Altgriechisch, Latein und Algebra lesbar sind.

(Textquelle 1883:)

EUCLIDIS

ELEMENTA.

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

I. L. HEIBERG,
DR. PHIL.

VOL. I.

LIBROS I—IV CONTINENS.

LIPSIAE
IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.
MDCCCLXXXIII.

[1] Runde Klammern ( ) wurden von uns gesetzt.

α´.

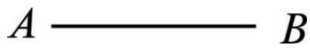
I.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης
τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

In data recta terminata
triangulum aequilaterum construere.

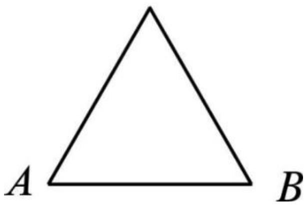
Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη
ἡ ΑΒ.

Sit data recta terminata
AB.



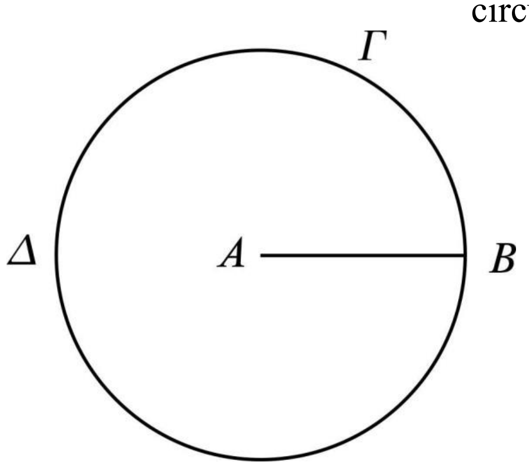
Δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας
τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

oportet igitur in recta AB (terminata)
triangulum aequilaterum construere.



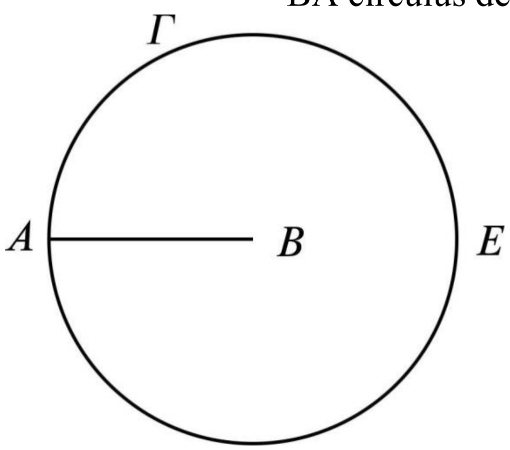
Κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΒ κύκλος
γεγράφθω ὁ ΒΓΔ,

centro A et radio AB
circulus describatur ΒΓΔ,



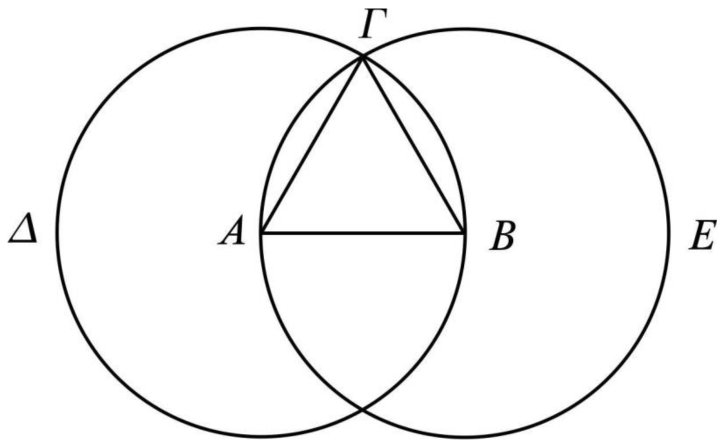
καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Β διαστήματι δὲ
τῷ ΒΑ κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΓΕ,

et rursus centro B radio autem
BA circulus describatur ΑΓΕ,



καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου,
καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους
οἱ κύκλοι, ἐπὶ τὰ Α, Β σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν
εὐθεῖαι αἱ ΓΑ, ΓΒ.

et a puncto Γ ,
in quo circuli inter se secant,
ad puncta A, B
ducantur rectae ΓA, ΓB.



Καὶ ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον
κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΒ κύκλου,
ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ·
πάλιν, ἐπεὶ τὸ Β σημεῖον
κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΑΕ κύκλου,
ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΑ.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓΑ τῇ ΑΒ ἴση·
ἑκατέρα ἄρα τῶν ΓΑ, ΓΒ
τῇ ΑΒ ἐστὶν ἴση.
τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα
καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα·
καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῇ ΓΒ ἐστὶν ἴση·
καί τρεῖς ἄρα αἱ ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

iam quoniam punctam A
centrum est circuli ΓΔB,
erit AΓ = AB.
rursus quoniam B punctam
centrum est circuli ΓAE,

est BΓ = BA.
sed demonstratum est etiam ΓA = AB.
quare utraque ΓA, ΓB
rectae AB aequalis est.
quae autem eidem aequalia sunt
etiam inter se aequalia sunt [κ. ἔνν. 1].
itaque etiam ΓA = ΓB.
itaque ΓA, AB, BΓ
aequales sunt.

Ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον.
καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης
εὐθείας πεπερασμένης τῆς ΑΒ.
[Ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας πεπερασμένης
τρίγωνον ἰσόπλευρον συνέσταται]·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

quare triangulus ABΓ aequilaterus est;
et in data
recta terminata AB constructus est .
quod oportebat fieri.

β΄.

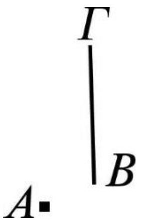
II.

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ
τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην
εὐθεῖαν θέσθαι.

Ad datum punctum
datae rectae aequalem
rectam constituere.

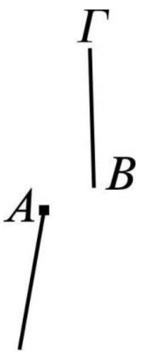
Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α,
ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΒΓ·

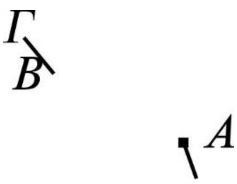
sit datum punctum A,
data autem rectam ΒΓ.



δεῖ δὴ πρὸς τῷ Α σημείῳ
τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ ἴσην
εὐθεῖαν θέσθαι.

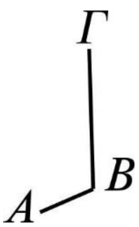
oportet igitur ad punctum A
datae rectae ΒΓaequalem
rectam constituere.

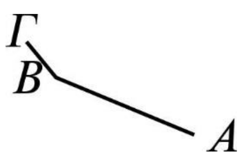




Ἐπεζεύχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Α σημείου
ἐπὶ τὸ Β σημεῖον εὐθεῖα ἡ ΑΒ,

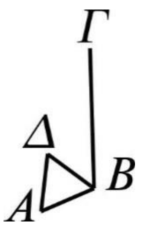
ducatur enim a puncto A
ad B punctum recta AB [αἴτ. 1],

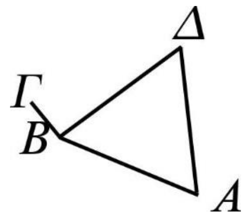




καὶ συνεστάτω ἐπ' αὐτῆς
τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΔΑΒ,

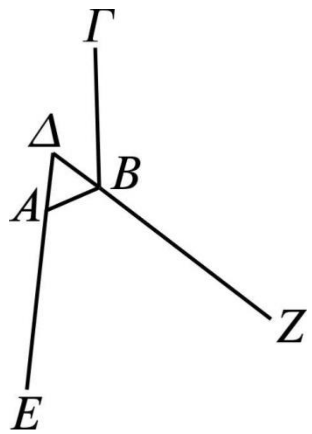
et in ea construatur
triangulus aequilaterus ΔΑΒ [prop. I],

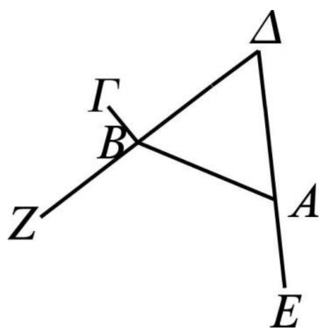




καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ' εὐθείας ταῖς ΔΑ, ΔΒ
εὐθεῖαι αἱ ΑΕ, ΒΖ,

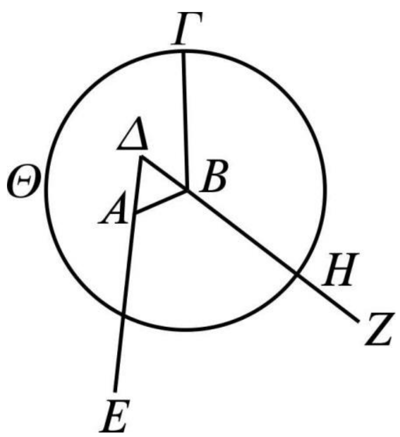
et producantur in directum rectae ΔΑ, ΔΒ
ut fiant ΑΕ, ΒΖ,

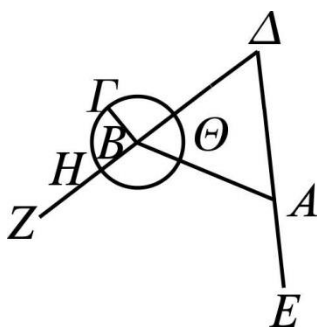




καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Β
διαστήματι δὲ τῷ ΒΓ
κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΗΘ,

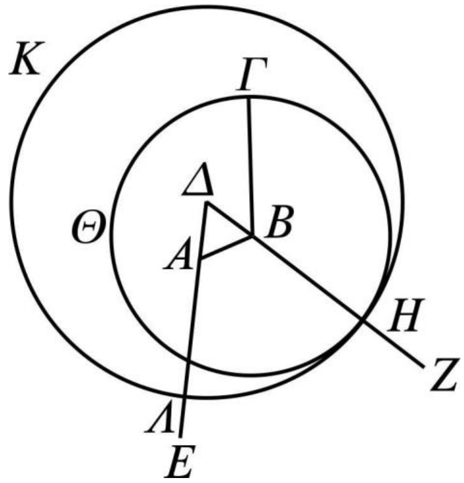
et centro Β
radio autem ΒΓ
circulus describatur [αἴτ. 2] ΓΗΘ,

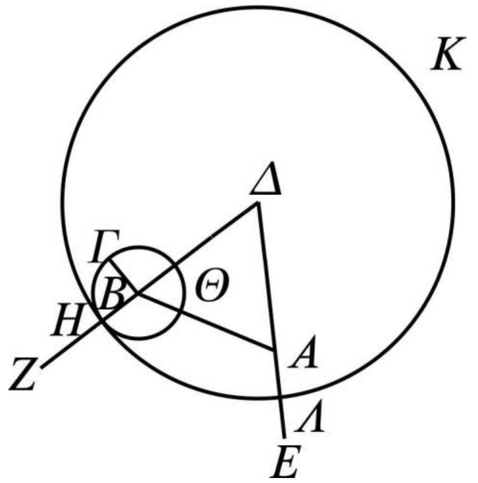




καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ Δ
καὶ διαστήματι τῷ ΔΗ
κύκλος γεγράφθω ὁ ΗΚΛ.

et rursus centro Δ
radio autem ΔΗ
circulus describatur ΗΚΛ.





Ἐπεὶ οὖν τὸ Β σημεῖον
κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΗΘ,
ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ.
πάλιν, ἐπεὶ τὸ Δ σημεῖον
κέντρον ἐστὶ τοῦ ΚΛΗ κύκλου,
ἴση ἐστὶν ἡ ΔΛ τῇ ΔΗ,
ὧν ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν.
λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΛ λοιπῇ τῇ ΒΗ ἐστὶν ἴση.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ ἴση·
ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΛ, ΒΓ
τῇ ΒΗ ἐστὶν ἴση.
τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα
καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα·
καὶ ἡ ΑΛ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστὶν ἴση.

iam quoniam Β punctum
centrum est (circuli) ΓΗΘ,
erit ΒΓ = ΒΗ.
rursus quoniam Δ punctum
centrum est circuli ΚΛΗ,
erit ΔΛ = ΔΗ,
quarum (partes) ΔΑ, ΔΒ aequales.
itaque ΑΛ = ΒΗ [κ. ἔνν. 3].
sed demonstratum est ΒΓ = ΒΗ.
itaque utraque ΑΛ, ΒΓ
(rectae) ΒΗ aequalis est.
verum quae eidem aequalia sunt,
etiam inter se aequalia sunt [κ. ἔνν. 1].
ergo etiam ΑΛ = ΒΓ.

Πρὸς ἄρα τῷ δοθέντι σημείῳ τῷ Α
τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ ἴση
εὐθεῖα κεῖται ἡ ΑΛ·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

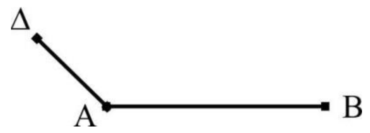
Ergo ad datum punctum Α
datae rectae ΒΓ aequalis
constituta est recta ΑΛ;
quod oportebat fieri.

γ'.

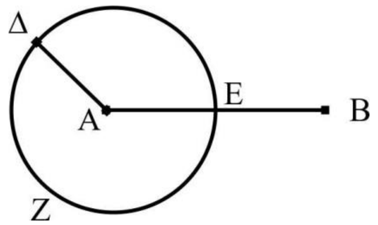
Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων
ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ, Γ,
ὧν μείζων ἔστω ἡ ΑΒ·

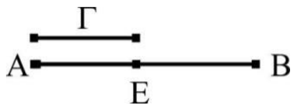
δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ
τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.
Κείσθω πρὸς τῷ Α σημείῳ τῇ Γ
εὐθείᾳ ἴση ἡ ΑΔ·



καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α
διαστήματι δὲ τῷ ΑΔ
κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΕΖ.



Καὶ ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον
κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου,
ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΑΔ·
ἀλλὰ καὶ ἡ Γ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση.
ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΕ, Γ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση·
ὥστε καὶ ἡ ΑΕ τῇ Γ ἐστιν ἴση.

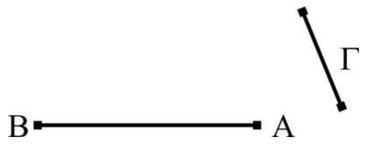


Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων τῶν ΑΒ, Γ
ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴση
ἀφῄρηται ἡ ΑΕ·
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

III.

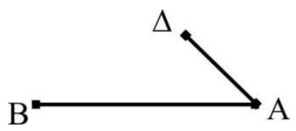
Datis duabus rectis inaequalibus
rectam minori aequalem a maiore
abscindere.

Sint duae datae rectae inaequales ΑΒ, Γ,
quarum maior sit ΑΒ.

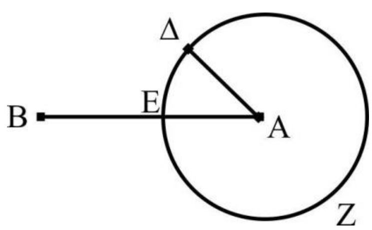


oportet igitur a maiore ΑΒ
minori Γ aequalem rectam abscindere.

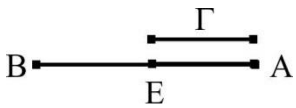
constituatur ad Α punctum rectae Γ
aequalis ΑΔ [propr. II],



et centro Α
radio autem ΑΔ
describatur circulus ΔΕΖ [αἴτ. 2].



Et quoniam punctum Α
centrum est circuli ΔΕΖ,
est ΑΕ = ΑΔ;
verum etiam Γ = ΑΔ.
itaque utraque ΑΕ, Γ rectae ΑΔ aequalis est;
ergo etiam ΑΕ = Γ.

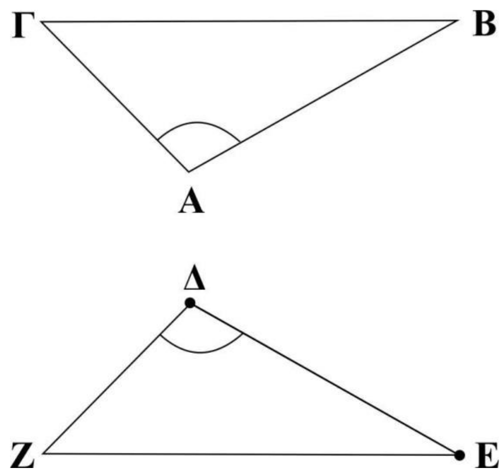


Ergo datis duabus rectis in aequalibus ΑΒ, Γ
a maiore ΑΒ minori Γ aequalis
abscisa est ΑΕ;
quod oportebat fieri.

δ΄.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς
[ταῖς] δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν
καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ ἑκατέρᾳ
τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην,
καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει,
καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται,
καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις
ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ,
ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

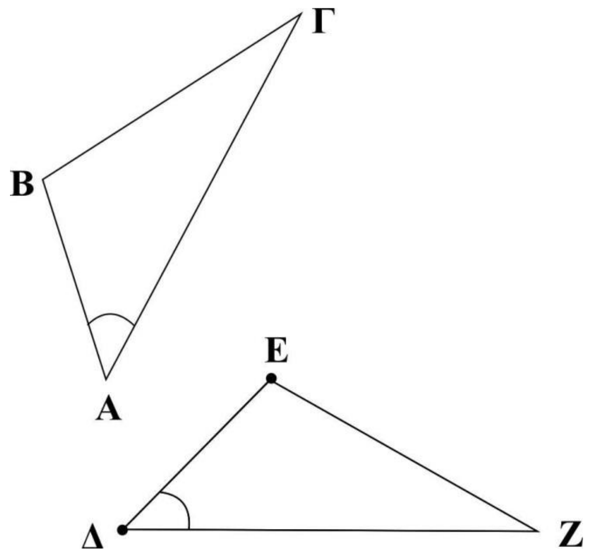
Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ
τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ
ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ
ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ
τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ
καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴσην.
λέγω, ὅτι καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν,
καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἔσται,
καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις
ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ,
ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν,
ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ,
ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.



IV.

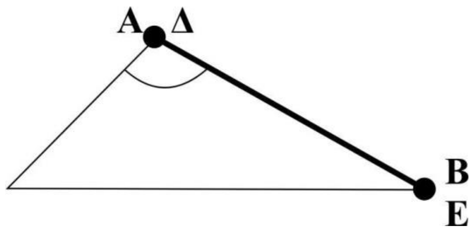
Si duo trianguli duo latera
duobus lateribus alterum alteri aequalia
et angulos rectis aequalibus habent
comprehensos aequales,
etiam basim basi aequalem habebunt,
et triangulus triangulo aequalis erit,
et reliqui anguli reliquis
aequales alter alteri, ii scilicet,
sub quibus aequalia latera subtendunt.

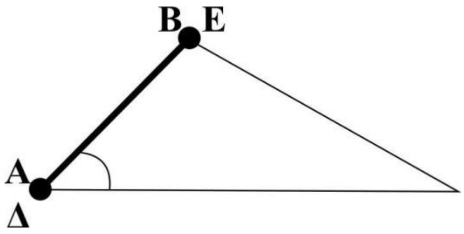
Sint duo trianguli ΑΒΓ, ΔΕΖ
duo latera ΑΒ, ΑΓ
duobus lateribus ΔΕ, ΔΖ
aequalia habentes alterum alteri,
ΑΒ = ΔΕ et ΑΓ = ΔΖ,
et ∠ ΒΑΓ = ΕΔΖ.
dico, etiam esse ΒΓ = ΕΖ
et △ ΑΒΓ = ΔΕΖ,
et reliquos angulos reliquis,
alterum alteri, aequales,
sub quibus aequalia latera subtendant,
∠ ΑΒΓ = ΔΕΖ
et ΑΓΒ = ΔΖΕ.



Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον
καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Α σημείου ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον
τῆς δὲ ΑΒ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΔΕ,
ἐφαρμόσει καὶ τὸ Β σημεῖον ἐπὶ τὸ Ε
διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΔΕ·

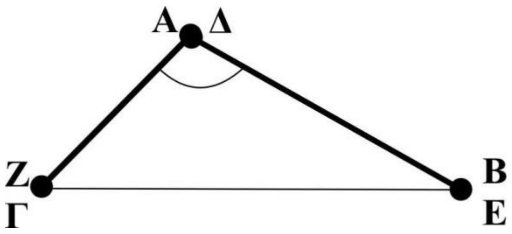
Nam si triangulum ΑΒΓ triangulo ΔΕΖ adplicuerimus
et punctum Α in puncto Δ posuerimus,
rectam autem ΑΒ in ΔΕ,
etiam Β punctum in Ε cadet,
quia ΑΒ = ΔΕ.

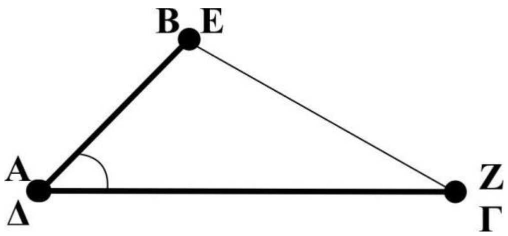




ἐφαρμοσάσης δὴ τῆς ΑΒ ἐπὶ τὴν ΔΕ
ἐφαρμόσει καὶ ἡ ΑΓ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ΔΖ
διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΔΖ·

adplicata iam ΑΒ rectae ΔΕ
etiam ΑΓ recta cum ΔΖ congruet,
quia ∠ ΒΑΓ = ΕΔΖ.



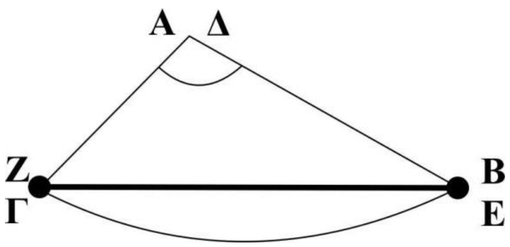


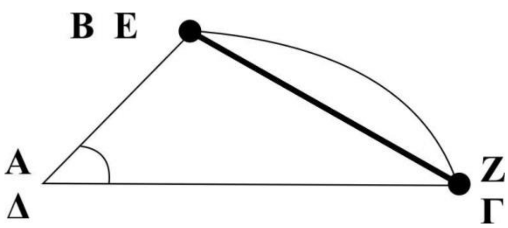
ὥστε καὶ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ σημεῖον
ἐφαρμόσει διὰ τὸ ἴσην πάλιν εἶναι τὴν ΑΓ τῇ ΔΖ.

quare etiam punctum Γ in Ζ punctum cadet,
quia rursus ΑΓ = ΔΖ.

ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφηρμόκει·
ὥστε βάσις ἡ ΒΓ ἐπὶ βάσιν τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει.

verum etiam Β in Ε ceciderat;
quare basis ΒΓ in basim ΕΖ cadet.





εἰ γὰρ τοῦ μὲν Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφαρμόσαντος τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Ζ
ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ οὐκ ἐφαρμόσει,
δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέξουσιν·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

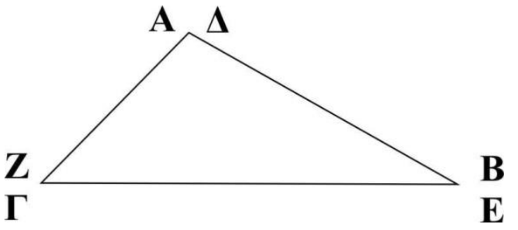
nam, cum Β in Ε, Γ vero in Ζ ceciderit,
si ita basis ΒΓ cum ΕΖ non congruet,
duae rectae spatium comprehendent;
quod fieri non potest [κ. ἔνν. 9].

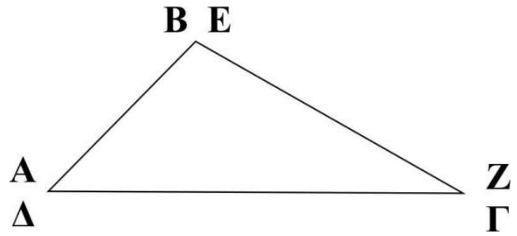
ἐφαρμόσει ἄρα ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ
καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται·

itaque basis ΒΓ cum ΕΖ congruet
et aequalis ei erit [κ. ἔνν. 7].

ὥστε καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
ἐπὶ ὅλον τὸ ΔΕΖ τρίγωνον ἐφαρμόσει
καὶ ἴσον αὐτῷ ἔσται,
καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ἐπὶ τὰς λοιπὰς γωνίας
καὶ ἴσαι αὐταῖς ἔσονται, ἐφαρμόσουσι
ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ
ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.

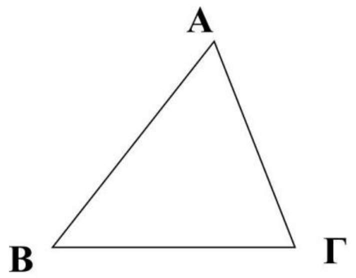
quare etiam totus triangulus ΑΒΓ
cum toto triangulo ΔΕΖ congruet
et ei aequalis erit,
et reliqui anguli cum reliquis congruent
et aequales iis erunt,
∠ ΑΒΓ = ΔΕΖ
et ΑΓΒ = ΔΖΕ.

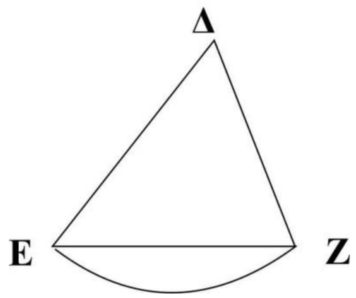




Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς
[ταῖς] δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν
καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ ἑκατέρᾳ
τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην,
καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει,
καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται,
καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις
ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ,
ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ergo si duo trianguli duo latera
duobus lateribus alterum alteri aequalia
et angulos rectis aequalibus habent
comprehensos aequales,
etiam basim basi aequalem habebunt,
et triangulus triangulo aequalis erit,
et reliqui anguli reliquis
aequales alter alteri, ii scilicet,
sub quibus aequalia latera subtendunt;
quod erat demonstrandum.

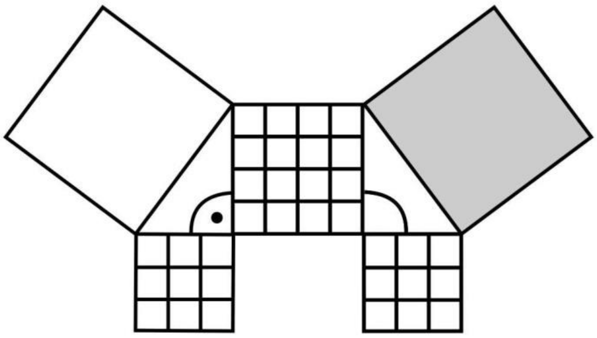




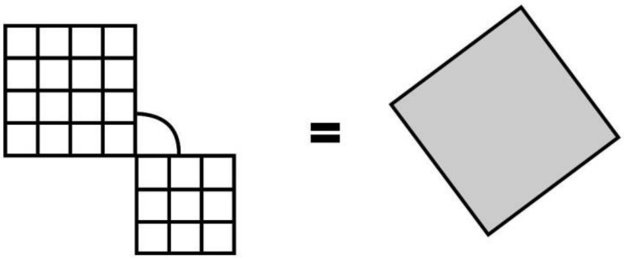
Pythagoras

… kommt zurück von Kroton.

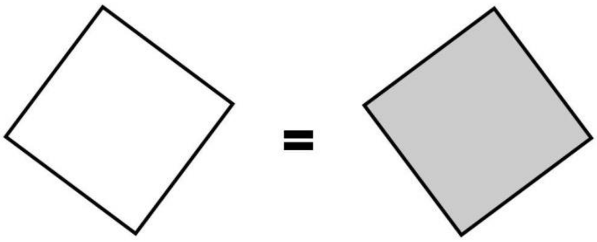
Euklid I.48



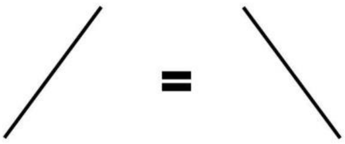
<u>wenn</u>



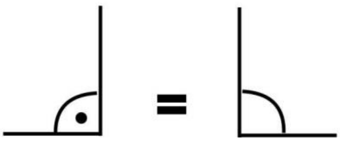
folgt mit I.47



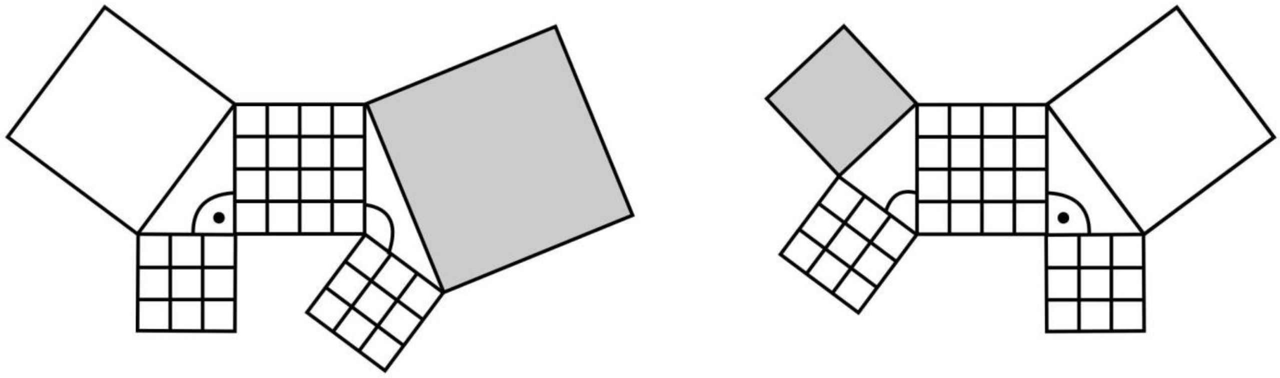
also



und mit I.8 folgt
<u>dann</u>



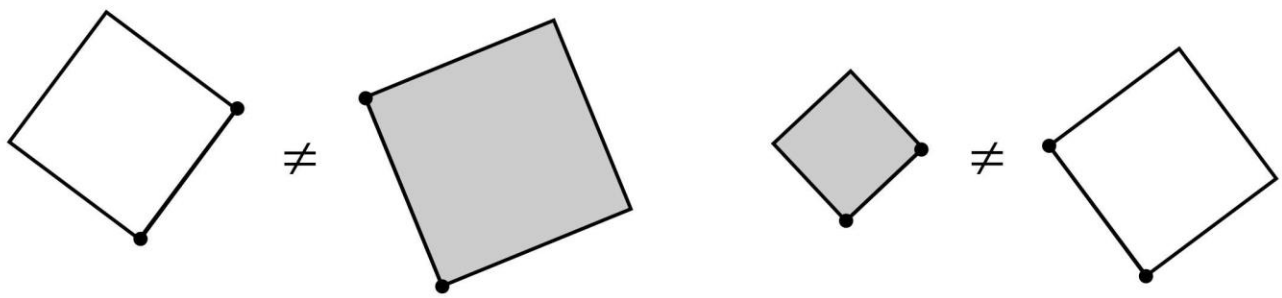
zu Euklid I.48



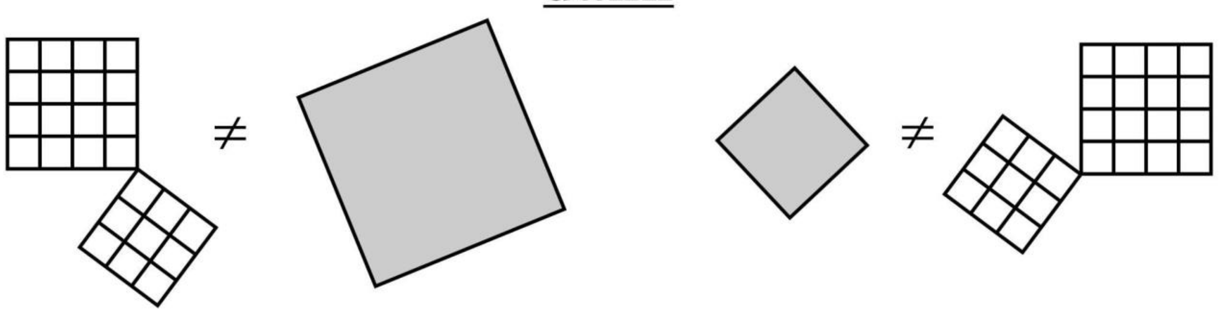
<u>wenn</u>

folgt mit I.8

also



und mit I.47 folgt
<u>dann</u>



Adelbert von Chamisso (1781 – 1838)

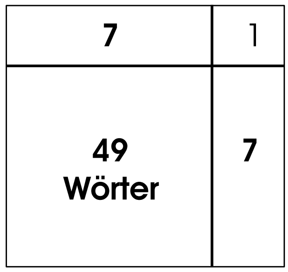
Die Wahrheit (1835)

4 x 10 Silben

Die Wahrheit, sie besteht in Ewigkeit,
Wenn erst die blöde Welt ihr Licht erkannt;
Der Lehrsatz, nach Pythagoras benannt,
Gilt heute, wie er galt zu seiner

2 x 4 Zeilen

27 + 22 =



4 x 10 Silben

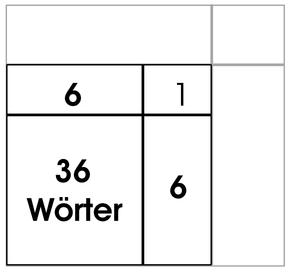
Ein Opfer hat Pythagoras geweiht
Den Göttern, die den Lichtstrahl ihm gesandt;
Es thaten kund, geschlachtet und verbrannt,
Einhundert Ochsen seine Dankbarkeit.

3 x 11 Silben

Die Ochsen seit dem Tage, wenn sie wittern,
Daß eine neue Wahrheit sich enthülle,
Erheben ein unendliches Gebrülle;

2 x 3 Zeilen

18 + 18 =



3 x 11 Silben

Pythagoras erfüllt sie mit Entsetzen;
Und machtlos, sich dem Licht zu widersetzen,
Verschließen sie die Augen und erzittern.

Textarithmetik – Zahlenpoetik

$(2 \times 4)^2 + (2 \times 3)^2 = 10^2$ $\quad$ $10 = 4 + 6\,,\ 4 \times 6 = 24$

$(2 + 4) + (2 + 3) = 11$ $\quad$ $11 = 3 + 8\,,\ 3 \times 8 = 24$